Primer parcial
Tema 2
04/07/2018

Nombre y apellido:..

1. El Salón de belleza *bonitas* cuenta con tres sucursales A , B y C y realizan trabajos de cortes-tinturas de cabellos y depilaciones. Debido a la distribución de sus empleados especializados y disponibilidad de los mismos , la sucursal A tiene un máximo de 100 hs, la B un máximo de 80 hs y la C 80 hs.

- Un trabajo de *depilación* en la sucursal A requiere 1hs, en la B 40 minutos, miéntras que en la C 1hs 20 min.
- Un trabajo de *corte y tintura* requiere 2 hs en A, 1hs 40 minutos en B y 40 minutos en C.

Si un trabajo de depilación cuesta $250 y corte - tintura $300. Determinar el número de depilaciones, tinturas y cortes de cabellos que se deberán realizar para obtener la **máxima ganancia**.

Solución:

trabajo	**Sucursal** A	**Sucursal** B	**Sucursal** C
Depilación	1	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$
Tintura - corte	2	$\frac{5}{3}$	$\frac{2}{3}$

La función beneficio es $f(x, y) = 250x + 300y$

Sujeto a :

$$\begin{cases} x + 2y & \leq & 100 \\ \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}y & \leq & 80 \\ \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}y & \leq & 80 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases}$$

transformacion050318.png

El $A(0,48)$ y el $D(60,0)$ se encuentran directamente (son las intersecciones con los ejes coordenados).

la recta $\frac{2}{3}x + \frac{5}{3}y = 80$ en $x = 0$ $\frac{5}{3}y = 80 \to y = 48$.

la recta $\frac{4}{3}x + \frac{2}{3}y = 80$ en $y = 0$ $\frac{4}{3}x = 80 \to x = 60$.

y los otros vértices B y C se hallan haciendo la intersección entre rectas. Luego:

El vértice B se calcula intersectando entre las rectas $x + 2y = 100$ y $\frac{2}{3}x + \frac{5}{3}y = 80$.

$$\frac{2}{3}(100 - 2y) + \frac{5}{3}y = 80$$
$$\frac{200}{3} - \frac{4}{3}y + \frac{5}{3}y = 80$$
$$\frac{1}{3}y = 80 - \frac{200}{3}$$
$$\frac{1}{3}y = \frac{240 - 200}{3}$$
$$B = (20, 40)$$

El vértice C se calcula intersectando entre las rectas $\frac{4}{3}x + \frac{2}{3}y = 80$ y $\frac{2}{3}x + \frac{5}{3}y = 80$.

$C = \left(\frac{140}{3}, \frac{80}{3}\right)$
Nota: no podemos utilizar un punto con coordenadas decimales ya que el problema se ajusta a variables enteras, entonces redondeamos para abajo.Por lo tanto, $C = (46, 26)$. La función objetivo era: $f(x,y)250x + 300y$, sustituyendo en los vértices obtenemos

$f(0,48) = 250 \cdot 0 + 300 \cdot 48 = 14\,400$
$f(20,40) = 250 \cdot 20 + 300 \cdot 40 = 17\,000$
$f(46,26) = 250 \cdot 46 + 300 \cdot 26 = 19\,300$
$f(60,0) = 250 \cdot 60 + 300 \cdot 0 = 15\,000$

El máximo beneficio es $19\,300$ y se obtiene en el punto $C = (46, 26)$

Conclusión: Se tiene que hacer 46 **depilaciones** y 26 **cortes-tinturas**.

2. Resolver $\begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 & 5 \\ 5 & 0 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & 6 & 3 \\ -1 & 2 & 3 & 2 \end{vmatrix}$

Solución:

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 & 5 \\ 5 & 0 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & 6 & 3 \\ -1 & 2 & 3 & 2 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 5 & 6 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \end{vmatrix} + \text{-}3 \cdot \begin{vmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 2 & 6 & 3 \\ -1 & 3 & 2 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} 5 & 0 & 1 \\ 2 & 5 & 3 \\ -1 & 2 & 2 \end{vmatrix} + -5 \cdot \begin{vmatrix} 5 & 0 & 3 \\ 2 & 5 & 6 \\ -1 & 2 & 3 \end{vmatrix} =$$

$= -9 - 18 - 58 - 210 = \boxed{\text{-295}}$

3. Balancear utilizando un sistema de ecuaciones homogéneo.

$K_4Fe(CN)_6 + H_2SO_4 + H_2O \rightleftharpoons K_2SO_4 + FeSO_4 + (NH_4)_2SO_4 + CO$

Solución:

$\mathbf{X} \cdot K_4Fe(CN)_6 + \mathbf{Y} \cdot H_2SO_4 + \mathbf{Z} \cdot H_2O \rightleftharpoons \mathbf{A} \cdot K_2SO_4 + \mathbf{B} \cdot FeSO_4 + \mathbf{C} \cdot (NH_4)_2SO_4 + \mathbf{D} \cdot CO$

Potasio (K): $4x = 2A \rightarrow \boxed{2X = A}$**(1)**

Hierro (Fe): $\boxed{X = B}$ **(2)**

Carbono (C): $\boxed{6X = D}$ **(3)**

Nitrógeno (N): $6X = 2C \rightarrow \boxed{C = 3X}$ **(4)**

Hidrógeno (H): $2Y + 2Z = 8C \rightarrow Y + Z = 4C$ **(5)**

Azufre (S): $Y = A + B + C$ **(6)**

Oxígeno (O): $4Y + Z = 4A + 4B + 4C + D$ **(7)**

de (5) y (4) : $Y + Z = 4 \cdot 3X = 12X \rightarrow \boxed{Y + Z = 12X}$ **(8)**

Reemplazo **(1)** , **(2)** , **(3)** y **(4)** en **(6)**: $Y = A + B + C = 2X + X + 3X = 6X \rightarrow \boxed{Y = 6X}$ **(9)**

Luego **(8)** en **(9)**: $\boxed{Z = 6X}$

Sol.$=(X, Y, Z, A, B, C, D) = (X, 6X, 6X, 2X, X, 3X, 6X)$ entonces si tomamos i átomo de Ferrocianuro de Potasio $X = 1$

$\mathbf{1} \cdot K_4Fe(CN)_6 + \mathbf{6} \cdot H_2SO_4 + \mathbf{6} \cdot H_2O \rightleftharpoons \mathbf{2} \cdot K_2SO_4 + \mathbf{1} \cdot FeSO_4 + \mathbf{3} \cdot (NH_4)_2SO_4 + \mathbf{6} \cdot CO$

4. Dados los siguientes números complejos $z_1 = 2 + 6i$, $z_2 = -1 + 9i$ y $z_3 = 1 - \frac{2}{5}i$.
Calcular:

a) $z_1 \cdot z_2$

b) $(z_2)^4$

c) $\dfrac{2z_1 + z_2}{4z_3}$

Solución:

a) $z_1 = 2 + 6i = (2,6)$, $z_2 = -1 + 9i = (-1,9)$

$z_1 \cdot z_2 = (2,6) \cdot (-1,9) = (2 \cdot (-1) - 6 \cdot 9, 2 \cdot 9 + 6 \cdot (-1)) = (-56,12) = -56 + 12i$

Luego $z_1 \cdot z_2 = -56 + 12i$

b) $z_2 = (-1,9) \rightarrow |z_2| = \sqrt{1+81} = \sqrt{82}$

$\theta = arctg\left(\frac{b}{a}\right) \rightarrow \theta = arctg\left(-\frac{9}{1}\right) = -83°39'35''$

Como z_2 está en el 2do cuadrante $\theta = 180° - 83°39'35'' = \boxed{96°20'25''}$

$$\boxed{z_2 = \sqrt{82} \cdot (cos(96°20'25'') + i \cdot sen(96°20'25''))}$$

$$z^4 = {}^4(cos(n \cdot \theta) + i \cdot sen(n \cdot \theta))$$

$$z^4 = \sqrt{82}^4(cos(4 \cdot 96°20'25'') + i \cdot sen(4 \cdot 96°20'25''))$$

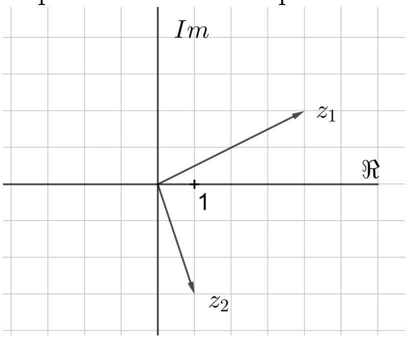
$$\boxed{z^4 = 6724 \cdot (cos(385°21'40'') + i \cdot sen(385°21'40''))}$$

c) $\dfrac{2z_1 + z_2}{4z_3} = \dfrac{2 \cdot (2,6) + (-1,9)}{4\left(1, -\frac{2}{5}\right)} \dfrac{(3,21)}{\left(4, -\frac{8}{5}\right)} = (3,21) \cdot \left(4, -\frac{8}{5}\right)^{-1}$

$$\left(4, -\frac{8}{5}\right)^{-1} = \left(\frac{4}{4+\frac{64}{25}}, \frac{\frac{8}{5}}{4+\frac{64}{25}}\right) = \left(\frac{25}{41}, \frac{10}{41}\right)$$

$$(3,21) \cdot \left(\frac{25}{41}, \frac{10}{41}\right) = \left(\frac{75}{41} - \frac{210}{41}; \frac{30}{41} + \frac{525}{41}\right) = \boxed{\left(-\frac{135}{41}; \frac{555}{41}\right)}$$

5. Expresar en la forma polar cada complejo z_1 y z_2.



Solución:

$z_1 = (4,2) = \sqrt{20} \rightarrow arctg\left(\frac{1}{2}\right) = \boxed{26°33'54''}$

$$\boxed{z_1 = \sqrt{20} \cdot (cos(26°33'54'') + i \cdot sen(26°33'54''))}$$

$z_2 = (-1,-3) = \sqrt{10} \rightarrow arctg\left(\frac{3}{1}\right)$

Como el complejo está en el 4to cuadrante $\theta = 360° - 71°33'54'' = \boxed{288°26'6''}$

$$\boxed{z_2 = \sqrt{10} \cdot (cos(288°26'6'') + i \cdot sen(288°26'6''))}$$