Recuperatorio Primer parcial RESUELTO
Tema U
21/09/2018

Hora de inicio 12:00 PM 21/9/18

Hora de inicio 12:00 PM 22/9/18

Alumno tiene 24 hs para entregar este recuperatorio y debe enviarlo a mi correo: toledochris2@hotmail.com, con letra legible y foto o escaneo visible.

Nombre y apellido:...

1. Una persona quiere invertir 100 000 \$ en dos tipos de acciones A y B. Las de tipo A tienen más riesgo, pero producen un beneficio del 10 %. Las de tipo B son más seguras, pero producen solo el 7 % nominal. Decide invertir como máximo 60 000 \$ en la compra de acciones A y, por lo menos, 20 000 \$ en la compra de acciones B. Además, quiere que lo invertido en A sea, por lo menos, igual a lo invertido en B. ¿Cómo debe invertir los 100 000 \$ para que el beneficio anual sea máximo?

   Nota: *Te recomiendo que utilices decenas de miles de pesos para su representación, por ejemplo:* $10000\$ = 10$ *decenas de miles de*\$.

   Solución:

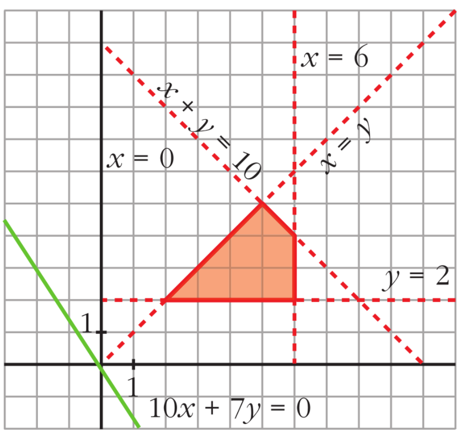
   Llamamos x al dinero invertido en acciones de tipo A e y al dinero invertido en acciones de tipo B (x e y en decenas de miles de pesos).

   Las restricciones del problema son:

   $$\begin{cases} x+y & \leq & 10 \\ 0 \leq & x & \leq 6 \\ y & \geq & 2 \\ x & \geq & y \end{cases}$$

   La función $F(x,y) = 0,1x + 0,07y$ da el beneficio anual y hemos de maximizarla, sujeta a las restricciones señaladas.

   Representamos el recinto de restricciones y la recta $0,1x + 0,07y = 0 \to 10x + 7y = 0$, que da la dirección de las rectas $0,1x + 0,07y = K$. El máximo se alcanza en el punto de intersección de las rectas:



Beneficios	
puntos posibles	$0,1x+0,07y=K$
$(2,2)$	$0,1\cdot 2+0,07\cdot 2=0,34\rightarrow \$\ 34000$
$(6,2)$	$0,1\cdot 6+0,07\cdot 2=0,74\rightarrow \$\ 74000$
$(6,4)$	$0,1\cdot 6+0,07\cdot 4=0,88\rightarrow \boxed{\$\ 88000}$
$(5,5)$	$0,1\cdot 5+0,07\cdot 5=0,85\rightarrow \$\ 85000$

punto $(6,4)$ $\begin{cases} x+y &= 10 \\ x &= 6 \end{cases}$ Por tanto, debe invertir 60000 \$ en acciones de tipo A y 40000 \$ en acciones de tipo B.

2. Resolver utilizando el método de *Gauss*.

$$\begin{cases} 2x-y+z-3w &= -7 \\ x-2z-10w &= 2 \\ y+5w &= 8 \\ x+3y-w &= 10 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & -3 & -7 \\ 1 & 0 & -2 & -10 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 5 & 8 \\ 1 & 3 & 0 & -1 & 10 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} F_1\rightarrow F_1 \\ F_2\rightarrow F_1-2F_2 \\ F_3\rightarrow F_3 \\ F_4\rightarrow F_1-2F_4 \end{array} \quad \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & -3 & -7 \\ 0 & -1 & 5 & 17 & -11 \\ 0 & 1 & 0 & 5 & 8 \\ 0 & -7 & 1 & -1 & -27 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} F_1\rightarrow F_1 \\ F_2\rightarrow F_2 \\ F_3\rightarrow F_2+F_3 \\ F_4\rightarrow -7F_2+F_4 \end{array} \quad \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & -3 & -7 \\ 0 & -1 & 5 & 17 & -11 \\ 0 & 0 & 5 & 22 & -3 \\ 0 & 0 & -34 & -120 & -50 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} F_1\rightarrow F_1 \\ F_2\rightarrow F_2 \\ F_3\rightarrow F_3 \\ F_4\rightarrow 34F_3+5F_4 \end{array} \quad \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & -3 & -7 \\ 0 & -1 & 5 & 17 & -11 \\ 0 & 0 & 5 & 22 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 148 & 148 \end{bmatrix}$$

$148w=148\rightarrow \boxed{w=1}$
$5z+22\cdot \mathbf{1}=-3\rightarrow \boxed{z=-5}$
$-y+5\cdot(-5)+17\cdot \mathbf{1}=-11\rightarrow \boxed{y=3}$
$2x-3-5-3=-7\rightarrow \boxed{x=2}$

3. Balancear utilizando un sistema de ecuaciones homogéneo.

$NH_3+NaClO\rightleftharpoons N_2H_4+N_aCl+H_2O$

Solución:

$x\ NH_3+y\ NaClO\rightleftharpoons z\ N_2H_4+w\ N_aCl+t\ H_2O$

Nitrógeno: $x=2z$
Hidrógeno: $3x=4z+2t$
Sodio: $y=w$
Cloro: $y=w$
Óxigeno: $y=t$

$$\begin{cases} x & & -2z & & = & 0 \\ 3x & & -4z & +2t & = & 0 \\ & y & & -w & = & 0 \\ & y & & -w & = & 0 \\ & y & & & -t = & 0 \end{cases}$$

Resolviendo el sistema, nos queda: $(x, y, z, w, t) = (2z, z, z, z, z)$. Luego si $z = 1$. Resulta $(x, y, z, w, t) = (2, 1, 1, 1, 1)$

$\boxed{2\ NH_3 + 1\ NaClO \rightleftharpoons 1\ N_2H_4 + 1\ N_aCl + 1\ H_2O}$

4. Dados los siguientes números complejos $z_1 = 2 + 2i$, $z_2 = -1 + \frac{3}{2}i$ y $z_3 = 2 - \frac{2}{3}i$.
Calcular:

a) $z_1 \cdot z_2$

b) $(z_2)^5$

c) $\dfrac{z_1 - z_2}{z_3}$

Solución:

a) $z_1 \cdot z_2 = \left(-2 \cdot 2 - 2 \cdot \frac{3}{2}\right) + \left(2 \cdot \frac{3}{2} - 1 \cdot 2\right) i = -5 + i$

$\boxed{z_1 \cdot z_2 = -5 + i}$

b) $(z_2)^5$

$\rho = \sqrt{1^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{13}{4}}$

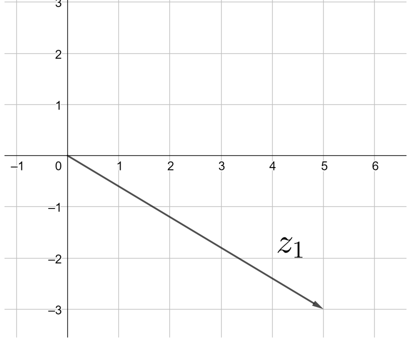
$\theta = arc\ tan\ \frac{3/2}{-1} = -56,39 \cdot \approx 123°$

$z_2 = \sqrt{\frac{13}{4}}(cos\ 123° + sen\ 123) \rightarrow (z_2)^5 = \left(\sqrt{\frac{13}{4}}\right)^5 (cos\ (5 \cdot 123°) + sen\ (5 \cdot 123))$

$\boxed{(z_2)^5 = -4,96 - 18,54i}$

c) $\boxed{\dfrac{z_1 - z_2}{z_3} = \dfrac{51}{40} + \frac{27}{40}i}$

5. Expresar en la forma polar cada complejo z_1.



$z_1 = 5 - 3i$ $\qquad \rho = \sqrt{25+9} = \sqrt{34}$ $\qquad \theta = arc\ tan\ \left(-\frac{3}{5}\right) \approx 329°$

$\boxed{z_1 = \sqrt{34}(cos\ 329° + i\ sen\ 329°)}$