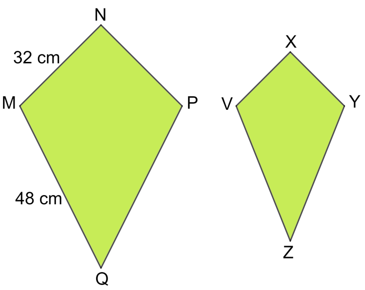
1er Parcial
Tema 1
1/11/2018

Nombre y apellido:...

Se computará los tres puntos del trabajo de los cuerpos a partir de la aprobación del parcial.

	1 punto	2 puntos	3 puntos	4 puntos	5 puntos	6 puntos	7 puntos
Nota	insuficiente	4	5-6	7	8	9	10



1. Los Romboides $MNPQ$ y $VXYZ$ son semejantes. $\dfrac{Area\, MNPQ}{Area\, VXYZ} = \dfrac{256}{81}$. Hallar el perímetro de $VXYZ$.

Solución:

$$\frac{Area\, MNPQ}{Area\, VXYZ} = \frac{256}{81} = r^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{16^2}{9^2} = r^2 \quad \Rightarrow \quad r = \frac{16}{9}$$

Luego: $\dfrac{32}{VX} = \dfrac{16}{9} \quad \Rightarrow \quad VX = \dfrac{9 \cdot 32}{16} = 18 \quad \Rightarrow \quad \boxed{VX = 18cm}$

$$\frac{48}{VX} = \frac{16}{9} \quad \Rightarrow \quad VX = \frac{9 \cdot 48}{16} = 27 \quad \Rightarrow \quad \boxed{VZ = 27cm}$$

$$P = 2 \cdot (27 + 18) = 90cm \quad \Rightarrow \quad \boxed{P = 90cm}$$

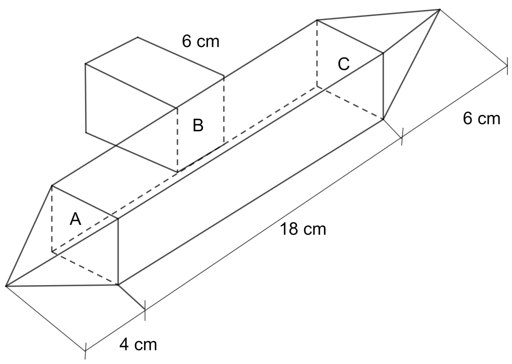
2. Hallar el área lateral y total de un cono recta de radio 8 cm de lado y 16 cm de generatriz.
Solución:

$$A_L = \pi \cdot r \cdot g \quad \Rightarrow \quad A_L = \pi \cdot 8 \cdot 16 = 128\pi \quad \Rightarrow \quad \boxed{A_L = 128\pi}$$

$$A_B = \pi\, r^2 = \pi\, 8^2 = 64\pi \quad \Rightarrow \quad \boxed{A_B = 64\pi}$$

$$A_T = A_L + A_B = 128\pi + 64\pi = 192\pi \quad \Rightarrow \quad \boxed{A_T = 192\pi}$$

3. Calcular el volumen del cuerpo sabiendo que A , B y C son cuadrados de 4 cm de lado.



Solución:

$$V = 4^2 \cdot 6 + 4^2 \cdot 18 + \frac{4^2 \cdot 4}{3} + \frac{4^2 \cdot 6}{3}$$

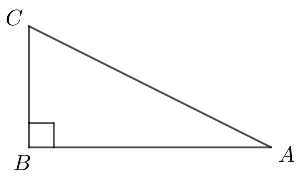
$$V = 4^2 \cdot (6 + 18 + \tfrac{4}{3} + 2) = 437,333 \cdots cm^3 \quad \Rightarrow \quad \boxed{V \approx 437cm^3}$$

4. Sea $A\overset{\triangle}{B}C$ un triángulo rectángulo en B. Sabiendo $\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ y $\overline{AC} = 160cm$. Resolver el triángulo.

Solución:

Como $\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \quad \Rightarrow \quad tan\hat{A} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \quad \Rightarrow \quad \hat{A} = arc\,tan\,\dfrac{\sqrt{3}}{2} \approx 41°$

$\hat{C} = 90° - 41° = 49°$



Aplico teorema de Pitágoras:

$$160^2 = \overline{AB}^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\overline{AB}\right)^2$$

$$160^2 = \overline{AB}^2 + \frac{3}{4}\overline{AB}^2$$

$$\boxed{\overline{AB} = \frac{\sqrt{7}}{7} \cdot 320}$$

$$\overline{BC} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{7}}{7} \cdot 320 = 160 \cdot \sqrt{\frac{3}{7}}$$

$$\boxed{\overline{BC} = 160 \cdot \sqrt{\frac{3}{7}}}$$

5. Demostrar que $\dfrac{cot^2\alpha - 4}{cot^2\alpha - cot\alpha - 6} = \dfrac{cot\alpha - 2}{cot\alpha - 3}$.

Solución:

$$\frac{cot^2\alpha - 4}{cot^2\alpha - cot\alpha - 6} = \frac{cot\alpha - 2}{cot\alpha - 3}$$

Llamo $x = cot\,\alpha$, luego queda:

$$\frac{x^2-4}{x^2-x-6} = \frac{x-2}{x-3}$$

factorizo

$$\frac{(x-2)\cdot\cancel{(x+2)}}{\cancel{(x+2)}\cdot(x-3)} = \frac{x-2}{x-3}$$

Simplifico

$$\frac{x-2}{x-3} = \frac{x-2}{x-3}$$

6. Hallar las soluciones de la ecuación en el intervalo $[0°, 360°)$.

$$cos\,x + 1 = 2\,\text{sen}^2\ x$$

Solución:

$$cos\,x + 1 = 2\,\text{sen}^2\ x$$

$$cos\,x + 1 = 2\cdot(1-\cos^2\ x)$$

$$cos\,x + 1 = 2 - 2\ \cos^2\ x$$

$$2\ \cos^2 x + \cos\ x - 1 = 0$$

Llamo $u = \cos\ x$

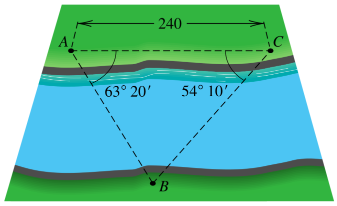
$$2\,u^2 + u - 1 = 0$$

$u = \dfrac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad x = arc\,cos\,\frac{1}{2} = 60°$,Luego el coseno es positivo en el 4to cuadrante $x = 360° - 60° = 300°$

$u = -1 \quad \Rightarrow \quad \cos\ x = -1 \quad \Rightarrow \quad \boxed{x = 180°}$

$S = \{60°, 300°, 180°\}$

7. Topografía Para hallar la distancia entre dos puntos A y B que se encuentran en márgenes opuestas de un río, un topógrafo traza un segmento de recta AC de 240 metros de longitud a lo largo de una de las márgenes y determina que las medidas de los ángulos $B\hat{A}C$ y $A\hat{C}B$ son $63°20'$ y $54°10'$, respectivamente (vea la figura). Calcule la distancia entre A y B.



Solución:

Aplico el teorema del *seno*.

$$\frac{\text{sen}\, B}{240} = \frac{\text{sen}\ 54°\,10'}{AB}$$

$$\frac{\text{sen}\ 62°\,30'}{240} = \frac{\text{sen}\ 54°\,10'}{AB}$$

$$\boxed{AB \approx 210m}$$