



PRIMER PARCIAL

Tema 1

04/07/2018

Nombre y apellido:.....

1. El Salón de belleza *bonitas* cuenta con tres sucursales A , B y C y realizan trabajos de cortes-tinturas de cabellos y depilaciones. Debido a la distribución de sus empleados especializados y disponibilidad de los mismos, la sucursal A tiene un máximo de 100 hs, la B un máximo de 80 hs y la C 80 hs.

- Un trabajo de *depilación* en la sucursal A requiere 1hs, en la B 40 minutos, mientras que en la C 1hs 20 min.
- Un trabajo de *corte y tintura* requiere 2 hs en A , 1hs 40 minutos en B y 40 minutos en C .

Si un trabajo de depilación cuesta \$250 y corte - tintura \$300. Determinar el número de depilaciones, tinturas y cortes de cabellos que se deberán realizar para obtener la **máxima ganancia**.

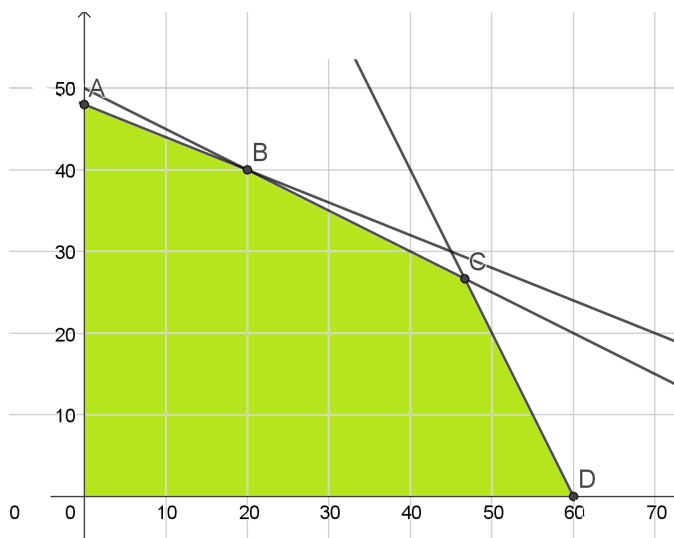
Solución:

trabajo	Sucursal A	Sucursal B	Sucursal C
Depilación	1	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$
Tintura - corte	2	$\frac{5}{3}$	$\frac{2}{3}$

La función beneficio es $f(x, y) = 250x + 300y$

Sujeto a :

$$\begin{cases} x + 2y \leq 100 \\ \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}y \leq 80 \\ \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}y \leq 80 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases}$$



El $A(0, 48)$ y el $D(60, 0)$ se encuentran directamente (son las intersecciones con los ejes coordenados).



la recta $\frac{2}{3}x + \frac{5}{3}y = 80$ en $x = 0$ $\frac{5}{3}y = 80 \rightarrow y = 48$.

la recta $\frac{4}{3}x + \frac{2}{3}y = 80$ en $y = 0$ $\frac{4}{3}x = 80 \rightarrow x = 60$.

y los otros vértices B y C se hallan haciendo la intersección entre rectas. Luego:

El vértice B se calcula intersectando entre las rectas $x + 2y = 100$ y $\frac{2}{3}x + \frac{5}{3}y = 80$.

$$\begin{aligned}\frac{2}{3}(100 - 2y) + \frac{5}{3}y &= 80 \\ \frac{200}{3} - \frac{4}{3}y + \frac{5}{3}y &= 80 \\ \frac{1}{3}y &= 80 - \frac{200}{3} \\ \frac{1}{3}y &= \frac{240 - 200}{3} \\ B &= (20, 40)\end{aligned}$$

El vértice C se calcula intersectando entre las rectas $\frac{4}{3}x + \frac{2}{3}y = 80$ y $\frac{2}{3}x + \frac{5}{3}y = 80$.

$$C = \left(\frac{140}{3}, \frac{80}{3}\right)$$

Nota: no podemos utilizar un punto con coordenadas decimales ya que el problema se ajusta a variables enteras, entonces redondeamos para abajo. Por lo tanto, $C = (46, 26)$. La función objetivo era: $f(x, y) = 250x + 300y$, sustituyendo en los vértices obtenemos

$$\begin{aligned}f(0, 48) &= 250 \cdot 0 + 300 \cdot 48 = 14\,400 \\ f(20, 40) &= 250 \cdot 20 + 300 \cdot 40 = 17\,000 \\ f(46, 26) &= 250 \cdot 46 + 300 \cdot 26 = 19\,300 \\ f(60, 0) &= 250 \cdot 60 + 300 \cdot 0 = 15\,000\end{aligned}$$

El máximo beneficio es 19 300 y se obtiene en el punto $C = (46, 26)$

Conclusión: Se tiene que hacer 46 **depilaciones** y 26 **cortes-tinturas**.

2. Resolver

$$\begin{cases} x - 2y + z - 3w &= 0 \\ x - 3y + z + 2w &= -2 \\ 5x - 3y + 2z + 2w &= 5 \\ 3x - 2y - 4z &= -13 \end{cases}$$

Solución:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & 1 & -3 & 0 \\ 1 & -3 & 1 & 2 & -2 \\ 5 & -3 & 2 & 2 & 5 \\ 3 & -2 & -4 & 0 & -13 \end{array} \right) \quad \begin{array}{l} F_1 = F_2 \\ F_2 = F_2 - F_1 \\ F_3 = 5F_1 - F_3 \\ F_4 = 3F_1 - F_4 \\ \hline \end{array} \quad \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & 1 & -3 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 5 & -2 \\ 0 & -7 & 3 & -17 & -5 \\ 0 & -4 & 7 & -9 & 13 \end{array} \right)$$

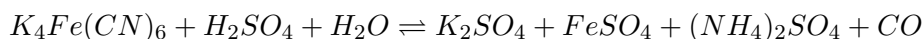


$$\begin{array}{l}
 F_1 = F_2 \\
 F_2 = -F_2 \\
 F_3 = 7F_2 - F_3 \\
 F_4 = 4F_2 - F_4
 \end{array}
 \xrightarrow{\hspace{1cm}}
 \left(\begin{array}{cccc|c}
 1 & -2 & 1 & -3 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & -5 & 2 \\
 0 & 0 & -3 & 52 & -9 \\
 0 & 0 & -7 & 29 & -21
 \end{array} \right)
 \xrightarrow{\hspace{1cm}}
 \left(\begin{array}{cccc|c}
 1 & -2 & 1 & -3 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & -5 & 2 \\
 0 & 0 & -3 & 52 & -9 \\
 0 & 0 & 0 & 227 & 0
 \end{array} \right)
 \begin{array}{l}
 F_1 = F_2 \\
 F_2 = F_2 \\
 F_3 = 7F_3 - 3F_4 \\
 F_4 = F_4
 \end{array}
 \xrightarrow{\hspace{1cm}}$$

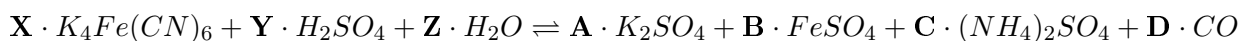
Luego de la fila 2 y 4 se obtiene $y = 2$ y $w = 0$. y sustituyendo en la demás $z = 3$ y $x = 1$.

Sol: (1, 2, 3, 0)

3. Balancear utilizando un sistema de ecuaciones homogéneo.



Solución:



Potasio (K): $4x = 2A \rightarrow \boxed{2X = A} \text{ (1)}$

Hierro (Fe): $\boxed{X = B} \text{ (2)}$

Carbono (C): $\boxed{6X = D} \text{ (3)}$

Nitrógeno (N): $6X = 2C \rightarrow \boxed{C = 3X} \text{ (4)}$

Hidrógeno (H): $2Y + 2Z = 8C \rightarrow Y + Z = 4C \text{ (5)}$

Azufre (S): $Y = A + B + C \text{ (6)}$

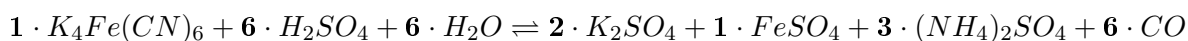
Oxígeno (O): $4Y + Z = 4A + 4B + 4C + D \text{ (7)}$

de (5) y (4) : $Y + Z = 4 \cdot 3X = 12X \rightarrow \boxed{Y + Z = 12X} \text{ (8)}$

Reemplazo (1) , (2) , (3) y (4) en (6): $Y = A + B + C = 2X + X + 3X = 6X \rightarrow \boxed{Y = 6X} \text{ (9)}$

Luego (8) en (9): $\boxed{Z = 6X}$

Sol.=(X,Y,Z,A,B,C,D) = (X,6X,6X,2X,X,3X,6X) entonces si tomamos i átomo de Ferrocianuro de Potasio $X = 1$



4. Dados los siguientes números complejos $z_1 = 4 + 3i$, $z_2 = -2 + 5i$ y $z_3 = 6 - \frac{2}{3}i$.

Calcular:

- a) $z_1 \cdot z_2$
b) $(z_2)^5$
c) $\frac{3z_1 + z_2}{z_3}$

Solución:

a) $z_1 = 4 + 3i = (4, 3)$, $z_2 = -2 + 5i = (-2, 5)$

$$z_1 \cdot z_2 = (4, 3) \cdot (-2, 5) = (4 \cdot (-2) - 3 \cdot 5, 4 \cdot 5 + 3 \cdot (-2)) = (-23, 14) = -23 + 14i$$

Luego $z_1 \cdot z_2 = -23 + 14i$

b) $z_2 = (-2, 5) \rightarrow |z_2| = \sqrt{4 + 25} = \sqrt{29}$

$$\theta = \arctg\left(\frac{b}{a}\right) \rightarrow \theta = \arctg\left(-\frac{5}{2}\right) = -68^\circ 11' 55'' = \boxed{291^\circ 28' 5''}$$

$$\boxed{z_2 = \sqrt{29} \cdot (\cos(291^\circ 28' 5'') + i \cdot \sen(291^\circ 28' 5''))}$$

$$z_2^5 = 5(\cos(n \cdot \theta) + i \cdot \sen(n \cdot \theta))$$

$$z_2^5 = \sqrt{29}^5 (\cos(5 \cdot 291^\circ 28' 5'') + i \cdot \sen(5 \cdot 291^\circ 28' 5''))$$

$$z_2^5 = \sqrt{29}^5 (\cos(1459^\circ) + i \cdot \sen(1459^\circ))$$

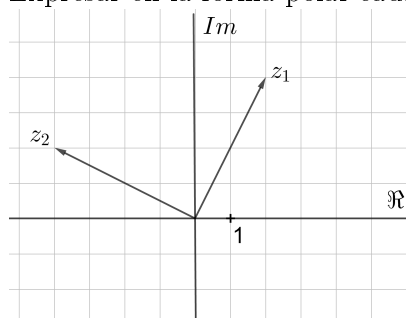
$$1459^\circ = 4 \cdot 360^\circ + 19^\circ \rightarrow \boxed{z_2^5 = \sqrt{29}^5 (\cos(19^\circ) + i \cdot \sen(19^\circ))}$$

c) $\frac{3z_1 + z_2}{z_3} = \frac{3 \cdot (4, 3) + (-2, 5)}{(6, -\frac{2}{3})} \frac{(10, 14)}{(6, -\frac{2}{3})} = (10, 14) \cdot (6, -\frac{2}{3})^{-1}$

$$(6, -\frac{2}{3})^{-1} = \left(\frac{6}{36 + \frac{4}{9}}, \frac{-\frac{2}{3}}{36 + \frac{4}{9}}\right) = \left(\frac{27}{164}, \frac{3}{164}\right)$$

$$(10, 14) \cdot \left(\frac{27}{164}, \frac{3}{164}\right) = \left(\frac{270}{164} - \frac{42}{164}, \frac{30}{164} + \frac{378}{164}\right) = \boxed{\left(\frac{57}{41}, \frac{102}{41}\right)}$$

5. Expresar en la forma polar cada complejo z_1 y z_2 .





Solución:

$$z_1 = (2, 4) = \sqrt{20} \rightarrow \arctg\left(\frac{4}{2}\right) = \boxed{63^\circ 26' 6''}$$

$$\boxed{z_1 = \sqrt{20} \cdot (\cos(63^\circ 26' 6'') + i \cdot \sen(63^\circ 26' 6''))}$$

$$z_2 = (-4, 2) = \sqrt{20} \rightarrow \arctg\left(-\frac{2}{4}\right) = -26^\circ 33' 54'' = \boxed{153^\circ 26' 54''}$$

$$\boxed{z_2 = \sqrt{20} \cdot (\cos(153^\circ 26' 54'') + i \cdot \sen(153^\circ 26' 54''))}$$