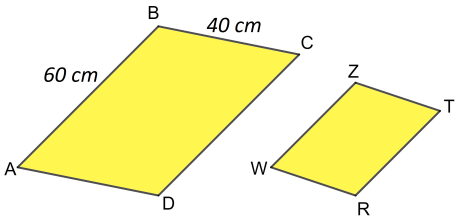
1er Parcial
Tema 2
1/11/2018

Nombre y apellido:.....

*Se computará los tres puntos del trabajo de los cuerpos a partir de la aprobación del parcial.*

| | 1 punto | 2 puntos | 3 puntos | 4 puntos | 5 puntos | 6 puntos | 7 puntos |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Nota | insuficiente | 4 | 5-6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

**1.** Los paralelogramos $ABCD$ y $WZTR$ son semejantes. $\frac{Area\,ABCD}{Area\,WZTR} = \frac{36}{25}$. Hallar el perímetro de $WZTR$.




Solución:

$$\frac{Area\,MNPQ}{Area\,VXYZ} = \frac{36}{25} = r^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{6^2}{5^2} = r^2 \quad \Rightarrow \quad r = \frac{6}{5}$$

Luego: $\frac{32}{VX} = \frac{6}{5} \quad \Rightarrow \quad VX = \frac{5 \cdot 60}{6} = 50 \quad \Rightarrow \quad \boxed{VX = 50cm}$

$$\frac{40}{VX} = \frac{6}{5} \quad \Rightarrow \quad VX = \frac{5 \cdot 40}{6} = \frac{100}{3} \quad \Rightarrow \quad \boxed{VZ = \frac{100}{3}cm}$$

$$P = 2 \cdot \left(50 + \frac{100}{3}\right) = \frac{500}{3}cm \quad \Rightarrow \quad \boxed{P = \frac{500}{3}cm}$$

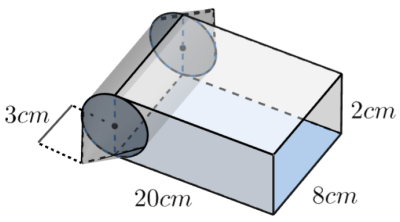
**2.** Hallar el área lateral y total de un cono recta de radio 6 cm de lado y 18 cm de generatriz.
*Solución:*

$$A_L = \pi \cdot r \cdot g \quad \Rightarrow \quad A_L = \pi \cdot 6 \cdot 18 = 108\pi \quad \Rightarrow \quad \boxed{A_L = 108\pi}$$

$$A_B = \pi\, r^2 = \pi\, 6^2 = 36\pi \quad \Rightarrow \quad \boxed{A_B = 36\pi}$$

$$A_T = A_L + A_B = 108\pi + 36\pi = 144\pi \quad \Rightarrow \quad \boxed{A_T = 144\pi}$$

**3.** Calcular el volumen del cuerpo formado por dos conos congruentes y un prisma recto.



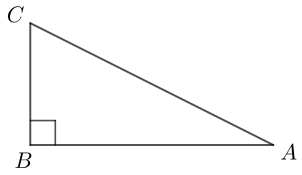
*Solución:*

$$V = 20 \cdot 8 \cdot 2 + 2\frac{\pi \cdot 1^2 \cdot \cancel{3}}{\cancel{3}} + \frac{1^2 \cdot \cancel{8}^{4}}{\cancel{2}}$$

$$V = 320 + 2\pi + 4\pi = (320 + 6\pi)cm^3 = 338,84cm^3 \quad \Rightarrow \quad \boxed{V = 338,84cm^3}$$

**4.** Sea $\overset{\triangle}{ABC}$ un triángulo rectángulo en $B$. Sabiendo $\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ y $\overline{AC} = 240cm$. Resolver el triángulo.

*Solución:*




$$\text{Como } \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \Rightarrow \quad tan\hat{A} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \Rightarrow \quad \hat{A} = arc\,tan\,\frac{1}{\sqrt{3}} = 30°$$

$$\hat{C} = 90° - 30° = 60°$$

Aplico teorema de Pitágoras:

$$240^2 = \overline{BC}^2 + \left(\sqrt{3}\,\overline{BC}\right)^2$$

$$240^2 = \overline{BC}^2 + 3\,\overline{BC}^2$$

$$240^2 = 4\,\overline{BC}^2$$

$$\boxed{\overline{BC} = 120}$$

$$\boxed{\overline{BC} = 120\,\sqrt{3}}$$

**5.** Demostrar que $2\,sen^2\,(2t) + cos\,(4t) = 1$

*Solución:*

$$2\,sen^2\,(2t) + \cos^2\,(2t) - \text{sen}^2(2t) = 1$$

$$sen^2\,(2t) + \cancel{sen^2\,(2t)} + \cos^2\,(2t) - \cancel{\text{sen}^2(2t)} = 1$$

$$sen^2\,(2t) + \cos^2\,(2t) = 1$$

$$1 = 1$$

**6.** Hallar las soluciones de la ecuación en el intervalo $[0°, 360°)$.

$$cos\,2\theta + tan\,\theta \; = 1$$

*Solución:*

$$cos\,2\theta + tan\,\theta \;= 1$$

$$cos^2\,\theta - \text{sen}^2\;\theta = 1 - \tan\,\theta$$

$$(\cos\,\theta - \text{sen}\;\theta)\cdot(\cos\,\theta + \text{sen}\;\theta) = 1 - \frac{\text{sen}\;\theta}{\cos\,\theta}$$

$$\cancel{(\cos\,\theta - \text{sen}\;\theta)}\cdot(\cos\,\theta + \text{sen}\;\theta) = \frac{\cancel{\cos\,\theta - \text{sen}\;\theta}}{\cos\,\theta}$$

$$\cos\,\theta + \text{sen}\;\theta = \frac{1}{\cos\,\theta}$$

$$\cos\,(\cos\,\theta + \text{sen}\;\theta) = 1$$

$$\cos^2\;\theta + \cos\,\theta\;\text{sen}\;\theta = 1$$

$$\cos\,\theta\;\text{sen}\;\theta = 1 - \cos^2\;\theta$$

$$\cos\,\theta\;\text{sen}\;\theta = \text{sen}^2\;\theta$$

$$\cos\,\theta\;\text{sen}\;\theta - \text{sen}^2\;\theta = 0$$

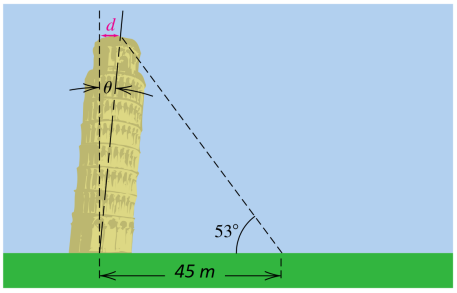
$$\text{sen}\;\theta\cdot(\cos\,\theta\;\; - \text{sen}\;\theta) = 0$$

$$\text{sen}\;\theta = 0 \qquad\qquad \tan\,\theta = 1$$

la tangente es positiva en el 1er y 3er cuadrante. por lo tanto $\theta = 180° + 45° = 225°$

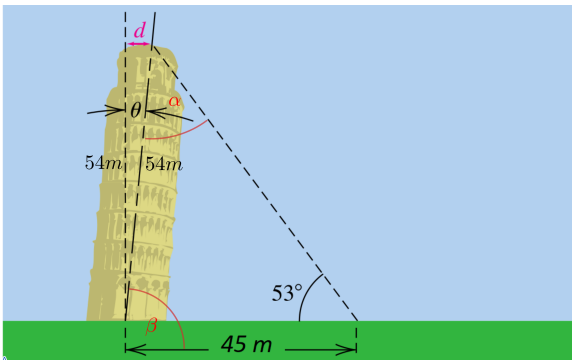
$S = \{0°, 360°, 45°, 225°\}$

7. **Torre de Pisa** La torre inclinada de Pisa estaba originalmente perpendicular al suelo y tenía 54 metros de altura. Debido al hundimiento de la tierra, ahora está inclinada a un cierto ángulo $\theta$ con respecto a la perpendicular, como se ve en la figura. Cuando la cima de la torre se ve desde un punto a 45 metros del centro de su base, el ángulo de elevación es 53°.




   *a*) Calcule el ángulo $\theta$.

   *b*) Calcule la distancia $d$ que el centro de la cima de la torre se ha movido de la perpendicular.




*solución:*

Aplico *teorema de seno*

$$\frac{54}{\text{sen } 53°} = \frac{45}{\text{sen } \alpha}$$

$$\text{sen } \alpha = \frac{45}{54} \cdot \text{sen } 53°$$

$$\text{sen } \alpha = 0,6655\cdots$$

$$\alpha = 42°$$

$$\beta = 180° - 53° - 42° = 85°$$

$$\theta = 90° - 85° = 5°$$

$$d^2 = 54^2 + 54^2 - 2 \cdot 54 \cdot 54 \cdot cos\, 5°$$

$$d^2 = 5832 - 215 \cdot \cos\, 5°$$

$$\boxed{d \approx 78m}$$