

Palabras clave: irracional real racional

Números reales

- Un número es **irracional** cuando tiene **infinitas** cifras decimales **no periódicas** y no puede expresarse como un cociente entre dos números enteros.

- Todas las raíces **no exactas** son números irracionales.

$$\sqrt{3} \approx 1,7320508...$$

$$\sqrt[3]{2} \approx 1,25992105...$$

$$\sqrt{0,5} \approx 0,70710678...$$

- El número $\pi \approx 3,141592654...$ es irracional.

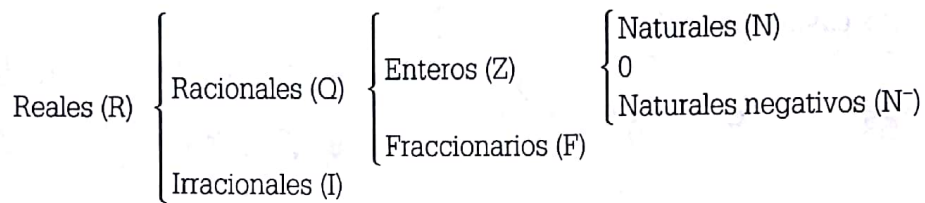
- Hay números irracionales que se pueden determinar por una ley de formación.

$$1,234567910111213....$$

$$0,24681012141618....$$

$$0,122333444455555...$$

- Los números **racionales** y los **irracionales** forman el conjunto de los números **reales** (R).



54. Colocá R (racional) o I (irracional) según corresponda.

a. 7^{-1}

c. $5^{\frac{1}{2}}$

e. $4^{\frac{3}{2}}$

g. $0,36^{\frac{1}{2}}$

b. $\sqrt{0,4}$

d. $\sqrt{0,009}$

f. $\sqrt[3]{0,27}$

h. π^0

55. Aproximá los siguientes números irracionales con $\varepsilon < 0,001$.

a. $\sqrt{43} \approx$

b. $\pi^2 \approx$

c. $\frac{1}{\sqrt{8}} \approx$

56. Uní cada operación con el conjunto al que pertenece su resultado.

a. $\sqrt{5} + \sqrt{5}$

f. $\sqrt{20} : \sqrt{5}$

d. $\sqrt{8} : \sqrt{8}$

b. $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$

g. $\pi + 5$

c. $\sqrt{6} - \sqrt{6}$

e. $\sqrt{4} \cdot \sqrt{2}$

h. $\sqrt{8 + 17}$

Racionales

Irracionales

57. Escribí dos números irracionales a partir de una ley de formación.

recta raíz cuadrada representación

Representación de raíces cuadradas

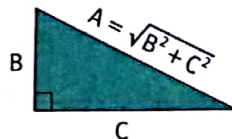
Los números irracionales no pueden representarse exactamente en la recta numérica.

Las raíces cuadradas se pueden representar mediante un segmento y pueden ser ubicadas exactamente en la recta.

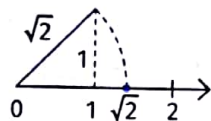
La hipotenusa de un triángulo rectángulo es siempre una raíz cuadrada, que puede ser racional o irracional, según los valores de los catetos.

Propiedad pitagórica:

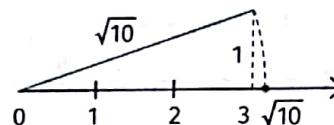
$$A = \sqrt{B^2 + C^2}$$



$$\sqrt{2} = \sqrt{1^2 + 1^2}$$



$$\sqrt{10} = \sqrt{3^2 + 1^2}$$



58. Calculá la diagonal de cada figura.

a. De un cuadrado de 12 cm de perímetro.

b. De un rectángulo de 6 cm de base y 5 cm de altura.

59. Pensá y respondé con un ejemplo.

a. ¿Puede la diagonal de un rectángulo ser un número racional?

b. ¿Y la diagonal de un cuadrado?

60. Escribí un valor de x y uno de y que cumpla con cada condición.

a. $\sqrt{5} = \sqrt{x^2 + y^2} \rightarrow x = \square \wedge y = \square$

c. $\sqrt{3} = \sqrt{x^2 + y^2} \rightarrow x = \square \wedge y = \square$

b. $\sqrt{13} = \sqrt{x^2 + y^2} \rightarrow x = \square \wedge y = \square$

d. $\sqrt{7} = \sqrt{x^2 + y^2} \rightarrow x = \square \wedge y = \square$

61. Representá las siguientes raíces en la recta.

a. $\sqrt{17}$

b. $-\sqrt{18}$

c. $\sqrt{6}$

d. $-\sqrt{15}$

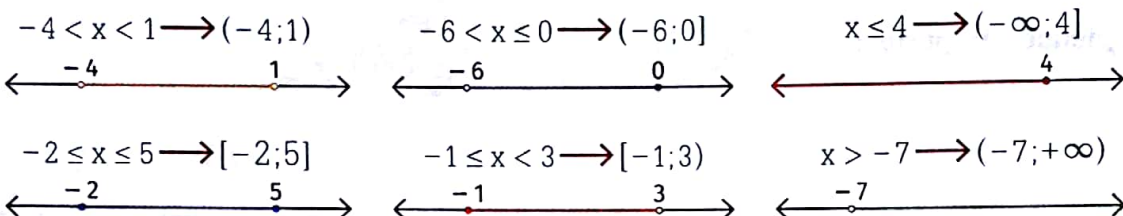


Intervalos reales

Un **intervalo real** es un segmento o semirrecta de la recta real.

Se lo representa mediante dos números, que son los **extremos**, encerrados entre paréntesis y/o corchetes y separados por un punto y coma.

- El extremo de la izquierda (inferior) debe ser siempre menor que el de la derecha (superior).
- El paréntesis indica que no se incluye el extremo y el corchete, que sí se lo incluye.



62. Escribí el intervalo real que corresponda.

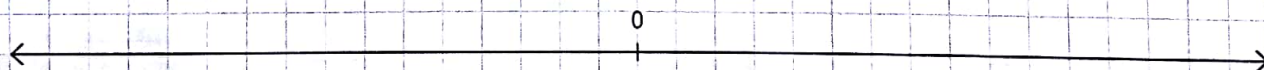
- | | | |
|-----------------------|-------------------|---------------------|
| a. $x \geq -2$ | c. $0 < x \leq 9$ | e. $-8 \leq x < -3$ |
| b. $-6 \leq x \leq 1$ | d. $x < 1$ | f. $-5 < x < -2$ |

63. Escribí la expresión de cada intervalo.

- | | |
|--------------------------------|--------------------------------|
| a. $(-\infty; -3) \rightarrow$ | d. $(-9; -2] \rightarrow$ |
| b. $[-4; 5) \rightarrow$ | e. $[-1; +\infty) \rightarrow$ |
| c. $[0; 12] \rightarrow$ | f. $(-2; 7) \rightarrow$ |

64. Representá cada intervalo en la misma recta y con distintos colores.

- | | | | | |
|---------------|--------------------|--------------|--------------------|-------------|
| a. $[-7; -3)$ | b. $[11; +\infty)$ | c. $(-2; 3]$ | d. $(-\infty; -9)$ | e. $[5; 9]$ |
|---------------|--------------------|--------------|--------------------|-------------|



65. Uní cada operación con el intervalo al que pertenece.

- | | | | |
|-------------------|--------------------------|-----------------|----------------|
| a. $1 - \sqrt{7}$ | e. $\sqrt{3} - \sqrt{6}$ | $(-\infty; -2)$ | $[1; 2)$ |
| b. $\sqrt{8} - 1$ | f. $-\sqrt{5} + 3$ | $[-2; -1)$ | $[2; +\infty)$ |
| c. $-\pi + 1$ | d. $2 - \sqrt{2}$ | $[-1; 0]$ | $(0; 1)$ |

radical índice semejantes

Operaciones con radicales

Un **radical** es la expresión de la raíz de un número con solución real, por ejemplo, $\sqrt{7}$, $\sqrt[3]{5}$ o $\sqrt[4]{15}$. Para operar con radicales, hay que aplicar las propiedades correspondientes.

- Para sumar o restar radicales, estos deben ser iguales.

$$5\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$$

$$4\sqrt{5} + 7\sqrt{2} - \sqrt{5} + 2\sqrt{2} = 3\sqrt{5} + 9\sqrt{2}$$

- Para multiplicar o dividir dos radicales, estos deben tener el mismo índice.

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{2 \cdot 6} = \sqrt{12}$$

$$\sqrt{18} : \sqrt{2} = \sqrt{18 : 2} = \sqrt{9} = 3$$

$$\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{7} = \sqrt[3]{5 \cdot 7} = \sqrt[3]{35}$$

66. Hallá la mínima expresión de cada radical.

a. $\sqrt[8]{3^4} =$

b. $\sqrt[3]{2^6} =$

c. $\sqrt[12]{5^8} =$

d. $\sqrt[10]{7^5} =$

67. Resolvé.

a. $\sqrt{5} - 4\sqrt{5} =$

d. $-\sqrt[5]{7} + 9\sqrt[5]{7} - 5\sqrt[5]{7} =$

b. $-3\sqrt[3]{2} + 8\sqrt[3]{2} =$

e. $\sqrt{3} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{5} =$

c. $4\sqrt{3} + \sqrt{3} - 7\sqrt{3} =$

f. $\sqrt[3]{48} : \sqrt[3]{3} : \sqrt[3]{8} =$

68. Resolvé y hallá la mínima expresión.

a. $\sqrt{3}(\sqrt{3} + \sqrt{2}) + 5\sqrt{6} - 2 =$

b. $(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3}) =$

c. $(\sqrt{5} + \sqrt{2})^2 - 7 =$

69. Hallá mentalmente el valor de x que verifique cada igualdad.

a. $5\sqrt{2} + x\sqrt{2} = 7\sqrt{2} \rightarrow x =$

d. $\sqrt{3^x} = 3^4 \rightarrow x =$

b. $x\sqrt{5} - \sqrt{5} = 7\sqrt{5} \rightarrow x =$

e. $\sqrt{20} \cdot \sqrt{x} = 10 \rightarrow x =$

c. $\sqrt[3]{2^{12}} = 2^4 \rightarrow x =$

f. $\sqrt{48} : \sqrt{x} = 4 \rightarrow x =$

Extracción de factores de un radical

De un radical se puede **extraer factores** cuyo exponente sea múltiplo del índice. Para ello, se debe factorizar la base y aplicar las propiedades correspondientes.

$$\sqrt{8} = \sqrt{2^3} = \sqrt{2^2 \cdot 2} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2} \quad \sqrt[3]{81} = \sqrt[3]{3^4} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 3} = \sqrt[3]{3^3} \cdot \sqrt[3]{3} = 3\sqrt[3]{3}$$

$$\sqrt{80} = \sqrt{2^4 \cdot 5} = \sqrt{2^4} \cdot \sqrt{5} = 2^2 \sqrt{5} = 4\sqrt{5}$$

- Puede ocurrir que radicales que no son iguales, luego de extraer factores, sí lo son, y entonces se puede operar con ellos.

$$2\sqrt{50} + 3\sqrt{98} - 4\sqrt{18} = 2\sqrt{5^2 \cdot 2} + 3\sqrt{7^2 \cdot 2} - 4\sqrt{3^2 \cdot 2} = 10\sqrt{2} + 21\sqrt{2} - 12\sqrt{2} = 19\sqrt{2}$$

- Mediante el factorización de la base, se puede calcular algunas raíces exactas.

$$\sqrt{1296} = \sqrt{3^4 \cdot 2^4} = \sqrt{3^4} \cdot \sqrt{2^4} = 3^2 \cdot 2^2 = 36$$

70. Extrae todos los factores posibles de cada radical.

a. $\sqrt{75} =$

d. $\sqrt[4]{48} =$

b. $\sqrt{108} =$

e. $\sqrt{294} =$

c. $\sqrt[3]{135} =$

f. $\sqrt[4]{324} =$

71. Calculá las siguientes raíces factorizando las bases.

a. $\sqrt{1225} =$

b. $\sqrt[3]{1728} =$

c. $\sqrt[4]{4096} =$

72. Resolvé las siguientes operaciones combinadas.

a. $\sqrt{45} + \sqrt{125} - \sqrt{20} =$

c. $5\sqrt{63} - 3\sqrt{112} + 2\sqrt{175} =$

e. $(\sqrt{8} + \sqrt{15})(\sqrt{3} + \sqrt{12}) =$

b. $\sqrt[4]{32} + \sqrt{\sqrt{162}} + \sqrt[8]{16} =$

d. $\sqrt{6}(\sqrt{8} + \sqrt{32}) - \sqrt{27} =$

f. $(\sqrt{3} + \sqrt{6})^2 - \sqrt{32} + 3 =$

Revisión parcial...

73. Decidí si las siguientes expresiones son racionales o irracionales.

- a. $\sqrt[3]{49} \cdot \sqrt[3]{7}$ d. $\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{5}$
 b. $\sqrt{8} - 2\sqrt{2}$ e. $\sqrt{12} \cdot \sqrt[4]{9}$
 c. $(1 + \sqrt{3})^2$ f. $3^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{\frac{1}{6}}$

74. Hallá un valor de x que cumpla con cada condición.

- a. $\sqrt[3]{x+1} \rightarrow$ sea racional.
 b. $\sqrt[4]{64} \rightarrow$ sea irracional.

75. Respondé con ejemplos.

- a. ¿Todas las expresiones con infinitas cifras decimales son números irracionales?
 b. ¿Cualquier operación entre números irracionales tiene un resultado irracional?

76. Calculá.

- a. El lado de un cuadrado de 4 cm de diagonal.
 b. La altura de un rectángulo cuya base mide 6 cm y la diagonal, 8 cm.

77. Representá los siguientes irracionales en la recta.

- a. $\sqrt{5} + 1$ b. $\sqrt{26} - 3$

78. Escribí los siguientes intervalos reales.

- a. $\leftarrow \overset{-5}{\bullet} \rightarrow$
 b. $\leftarrow \overset{-10}{\bullet} \quad \quad \quad \overset{-3}{\bullet} \rightarrow$
 c. $\leftarrow \overset{-4}{\circ} \quad \quad \quad \overset{3}{\bullet} \rightarrow$
 d. $\leftarrow \quad \quad \quad \overset{2}{\circ} \rightarrow$

79. Escribí cada intervalo y representalo en la recta.

- a. $-7 \leq x < -1$ c. $-5 < x < 0$
 b. $-2 < x \leq 6$ d. $1 \leq x \leq 8$

80. Colocá V (verdadero) o F (falso) según corresponda.

- a. $-\sqrt{3} \in (-1,5; -1)$
 b. $\pi - 4 \in (-1; 0)$
 c. $\sqrt{31} - 5 \in (0; 1)$
 d. $-\sqrt{10} + 3 \in (-0,1; 0)$

☐
☐
☐
☐

81. Resolvé mentalmente.

- a. $-\sqrt{7} + 4\sqrt{7} =$ d. $\sqrt{75} : \sqrt{3} =$
 b. $\sqrt{2} \cdot \sqrt{50} =$ e. $\sqrt[6]{7^{12}} =$
 c. $\sqrt{\sqrt{81}} =$ f. $(\sqrt{3} + \sqrt{3})^2 =$

82. Reducí a la mínima expresión.

- a. $3\sqrt[4]{m^2} + 2\sqrt[6]{m^3} - \sqrt[8]{m^5} : \sqrt[8]{m} =$
 b. $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) =$

83. Hallá el valor de x .

$$\sqrt{27} - x = \sqrt{3}$$

84. Resolvé los siguientes cálculos.

- a. $3\sqrt{48} + 2\sqrt{147} - 5\sqrt{12} =$
 b. $\sqrt{8}(3\sqrt{3} - 2\sqrt{5}) + \sqrt{160} =$
 c. $\sqrt{128} - (\sqrt{40} + \sqrt{10}) : \sqrt{5} =$
 d. $(2\sqrt{3} + 3\sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) =$
 e. $(\sqrt{5} + \sqrt{10})^2 - (10 + 7\sqrt{2}) =$

Revisión final

85. Representá los siguientes números en la misma recta.

0,6 -0,83 0,5 -0,2 0,94

86. Redondeá los siguientes números con $\epsilon < 0,01$.

a. $\frac{3}{7}$ b. $\sqrt{23}$ c. 13^{-1}

87. Planteá y resolvé.

Si se aproximó el peso de un paquete a 0,87 g, ¿cuántos mg pesaba el paquete?

88. Calculá y expresá en notación científica.

- a. ¿Cuántos segundos hay en 25 días?
b. ¿Cuántas toneladas equivalen a 0,48 g?

89. Resolvé utilizando la notación científica.

$$\frac{0,000000042 \cdot 50\,000}{0,0000003}$$

90. Planteá y resolvé.

- a. Se compra un celular de \$ 8 520 en 6 cuotas fijas con un recargo del 15%. ¿Cuál es el valor de cada cuota?
b. Una remera se compra con un descuento del 8% y se paga \$ 414. ¿Cuál es el precio de la remera?
c. Un boleto de luz de \$ 1 840 se paga con recargo \$ 1 895,20. ¿Cuál es el porcentaje de recargo?

91. Resolvé las siguientes potencias y raíces.

a. $-6^{-2} =$ d. $\sqrt{0,000036} =$
b. $\sqrt{2,7} =$ e. $\left(-\frac{5}{3}\right)^{-3} =$
c. $(-2)^{-4} =$ f. $\sqrt[3]{\frac{8}{729}} =$

92. Reducí a la mínima expresión aplicando propiedades.

a. $(m \cdot m^4)^3 : (m^6)^2 =$ b. $\sqrt[3]{\sqrt{n^5}} \cdot \sqrt[6]{n^3} =$

93. Resolvé los cálculos combinados.

a. $\sqrt{(0,25 + 0,6) : 3,6} + (0,2 - 1)^{-1} =$
b. $(1 + 0,3)^{-1} + 3 \cdot 2^{-2} + \sqrt[5]{-\frac{1}{32}} =$
c. $\sqrt[3]{(0,375 - \frac{5}{4}) : 7} - (0,4 - 2^{-2}) : 5^{-1} =$

94. Colocá R (racional) o I (irracional) según corresponda.

a. $\sqrt{0,9}$ ☐ d. $\sqrt{7} + \sqrt{7}$ ☐
b. $8^{\frac{1}{3}}$ ☐ e. $\sqrt{\sqrt{5^4}}$ ☐
c. $\pi : 2$ ☐ f. $\sqrt{12} \cdot \sqrt{27}$ ☐

95. Calculá la diagonal de un cuadrado de 8 cm de lado.

96. Escribí en lenguaje simbólico cada intervalo.

a. $(-9; -1)$ c. $[-3; 7]$
b. $(-\infty; 5]$ d. $[-2; +\infty)$

97. a. Representá en la misma recta.
 $-8 < x \leq 2$ y $-3 \leq x < 7$

- b. Escribí el intervalo que tienen en común.

98. Reducí a la mínima expresión.

$$\sqrt[12]{\frac{(a^3 \cdot a)^5 \cdot a^{-7}}{a^2 \cdot a^3}}$$

99. Resolvé las siguientes raíces factorizando la base.

a. $\sqrt{1764}$ b. $\sqrt[3]{1728}$

100. Resolvé los siguientes cálculos.

a. $4\sqrt{125} - 2\sqrt{245} + \sqrt{180} =$
b. $(3\sqrt{6} - 4\sqrt{15}) \cdot \sqrt{3} + 6\sqrt{20} =$
c. $(\sqrt{8} + \sqrt{6})^2 - 10 - \sqrt{75} =$