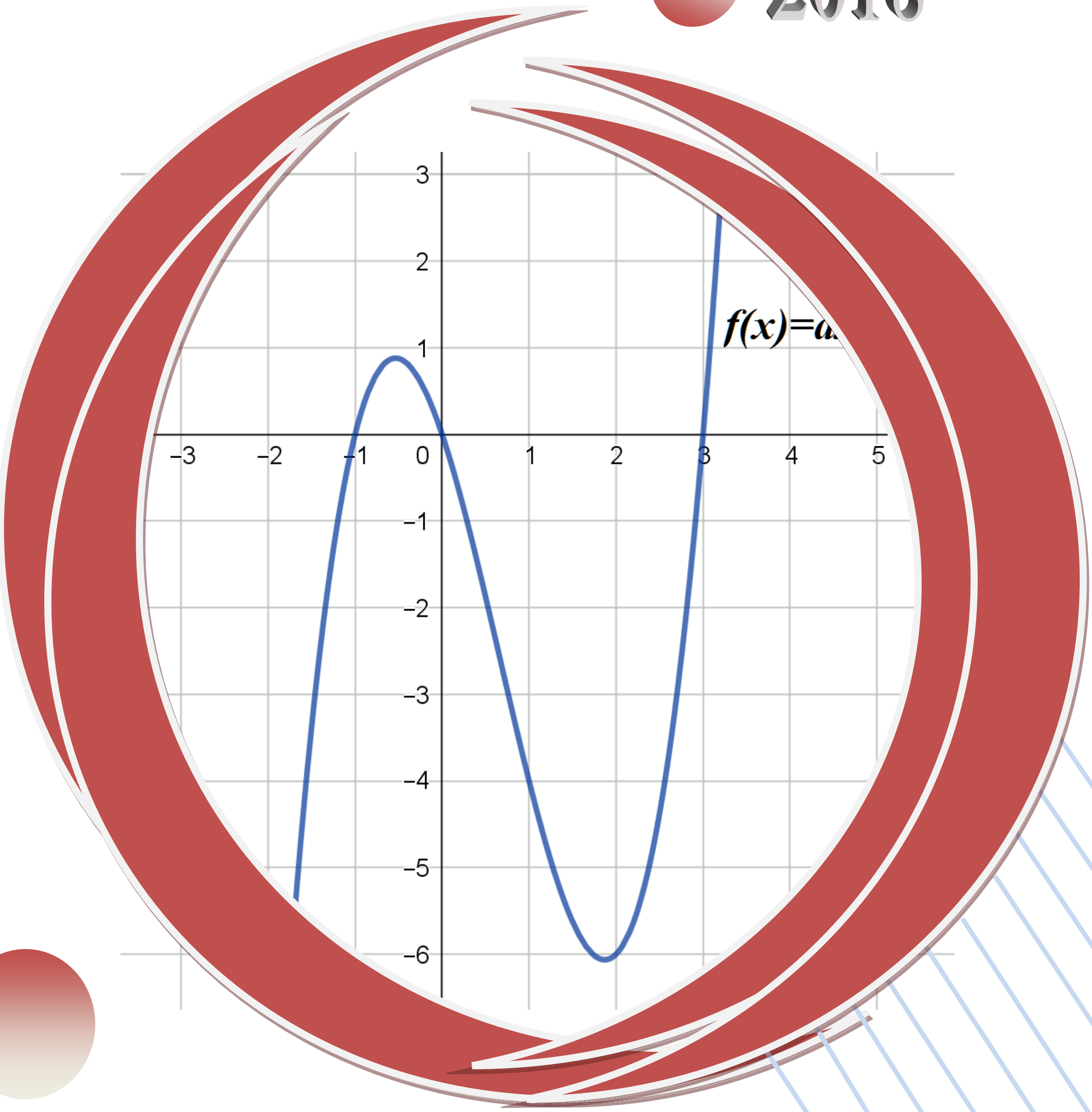
Guias de Problemas - Tutorias

Profesorado de Matemática

2018



Introducción al análisis Matemático

Profesores Tutores: Scalice, Ana & Toledo , Christian

Introducción al análisis Matemático

Profesorado de Matemática
Departamento de matemática - ISFDyT N°44

2018

Índice general

Guia 1:Función lineal

Sistemas de coordenadas Rectángulares

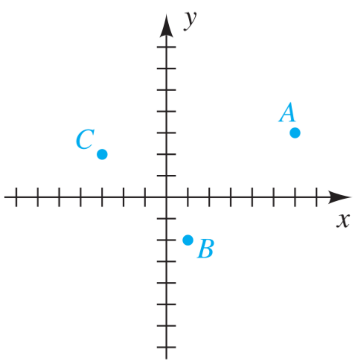
Actividad 1 Grafique los puntos $A(5,-2)$, $B(-5,-2)$, $C(5,2)$, $D(-5,2)$, $E(3,0)$ y $F(0,3)$ en un plano de coordenadas.

Actividad 2 Describa el conjunto de puntos $P(x,y)$ en un plano de coordenadas que satisfaga la condición dada.

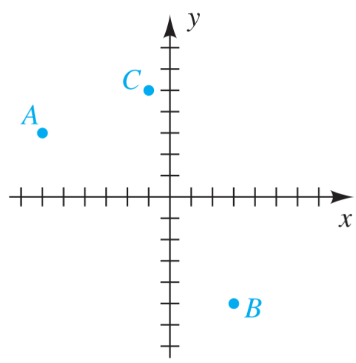
a) $x=2$
b) $x\,y>0$
c) $y=5$
d) $x\geq 0$
e) $x=4$
f) $y>1$
g) $y=0$
h) $\dfrac{y}{x}<0$

Actividad 3
a) Encuentre la distancia $d(A,B)$ entre A y B.
b) Encuentre el punto medio del segmento $\overline{AB}$.

Actividad 4 Demuestre que los triángulos con vértices A , B y C es un triángulo rectángulo, y encuentre el área.



a)



b)

Actividad 5 Demuestre que $A(-4,2)$, $B(1,4)$, $C(3,-1)$ y $D(-2,-3)$ son vértices de un cuadrado.

Actividad 6 Demuestre que $A(-4,-1)$, $B(0,-2)$, $C(6,1)$ y $D(2,2)$ son vértices de un cuadrado.

Actividad 7 Dado $A(-3,8)$ encuentre las coordenadas del punto B tal que $C(5,-10)$ sea el punto medio del segmento AB.

Actividad 8 Dados los puntos $A(5,-8)$ y $B(-6,2)$ encuentre el punto en el segmento AB que esté a $\frac{3}{4}$ de la distancia de A a B.

Actividad 9 Trace la gráfica de la ecuación y marque las intersecciones con los x e y.

a) $y = 2x - 3$

b) $y = -x + 2$

c) $y = -2x^2$

d) $y = 2x^2 - 1$

e) $x = \frac{1}{4}y^2$

f) $y = x^3 - 8$

g) $y = \sqrt{x - 4}$

h) $y = \sqrt{x} - 4$

Actividad 10 Trace la gráfica de la circunferencia o semicircunferencia.

a) $x^2 + y^2 = 11$

b) $(x + 3)^2 + (y + 2)^2 = 9$

c) $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 4$

d) $y = -\sqrt{16 - x^2}$

e) $x = 4x^2 + 4y^2 = 1$

f) $x^2 + (y - 2)^2 = 25$

g) $x = -\sqrt{25 - y^2}$

h) $y = \sqrt{4 - x^2}$

Actividad 11 Encuentre el centro y radio de la circunferencia con la ecuación dada.

a) $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 36 = 0$

b) $x^2 + y^2 + 8x - 10y + 37 = 0$

c) $x^2 + y^2 - 10x + 18 = 0$

d) $4x^2 + 4y^2 + 16x + 24y + 31 = 0$

e) $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 5 = 0$

f) $x^2 + y^- 2x - 8y + 21 = 0$

Actividad 12 **Agua en una piscina** La cantidad de agua A en una piscina en el día x está dada por $A = 12000x - 2000x^2$, donde A está en galones y $x = 0$ corresponde al mediodía de un domingo. Grafique A en el intervalo $[0, 6]$ y describa la cantidad de agua en la piscina.

Actividad 13 **Velocidad del sonido** La velocidad del sonido v, en el aire varía con la temperatura. Se puede calcular en ft/s usando la ecuación $v = 1087\sqrt{\frac{T + 273}{273}}$, donde T es la temperatura(en $°C$).

- Aproxime $T = 20°C$
- Determine la temperatura al grado más cercano, tanto algebraica como gráficamente, cuando la velocidad del sonido 1000ft/t.

Rectas

Actividad 14 Trace la recta que pasa por A y B , y encuentre su pendiente m.

a) $A(-3,2)$, $B(5,-4)$

b) $A(3,4)$, $B(-6,4)$

c) $A(-3,2)$, $B(-3,5)$

d) $A(4,-1)$, $B(-6,-3)$

e) $A(4,-3)$, $B(4,2)$

f) $A(4,-2)$, $B(-3,-2)$

Actividad 15 Use las pendientes para demostrar que los puntos son vértices del polígono especificado.

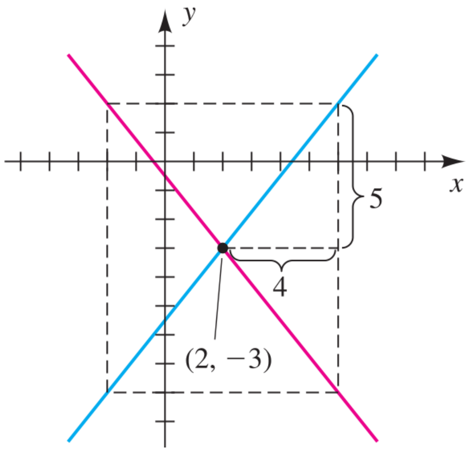
a) $A(-2,1)$, $B(6,3)$, $C(4,0)$, $D(-4,-2)$; paralelogramo

b) $A(0,3)$, $B(3,-1)$, $C(-2,-6)$, $D(-8,2)$; trapecio

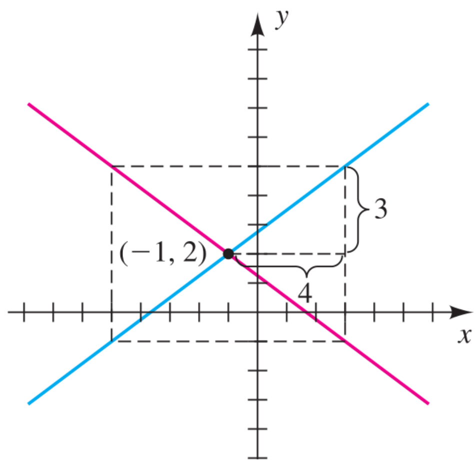
c) $A(6,15)$, $B(11,12)$, $C(-1,8)$, $D(-6,-5)$; rectángulo

d) $A(1,4)$, $B(6,-4)$, $C(-15,-6)$; triángulo rectángulo

Actividad 16 Escriba las ecuaciones de las rectas



a)



b)

Actividad 17 Encuentre la forma general de una ecuación de la recta que pasa por el punto A que satisfaga la condición dada.

a) $A(3,-1)$
- paralela al eje y
- perpendicular al eje y

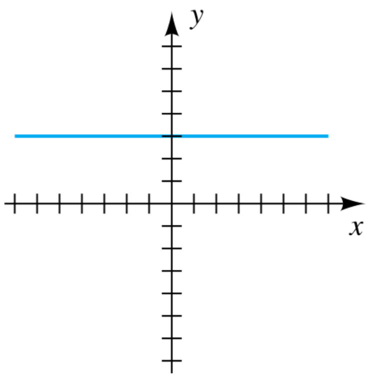
b) $A(5,-3)$; pendiente -4

c) $A(4,1)$; pendiente $-\frac{1}{4}$

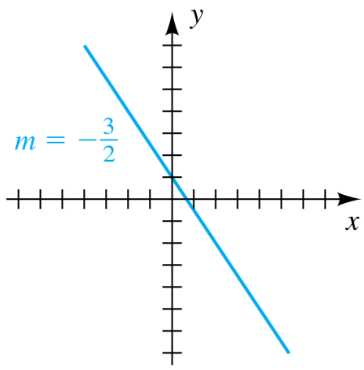
d) $A(3,-1)$; paralela a la recta $5x-2y=4$

e) $A(7,-3)$; perpendicular a la recta $2x-5y=8$

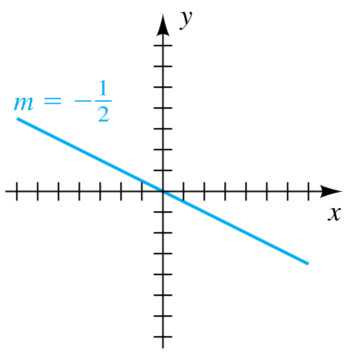
Actividad 18 Encuentre la ecuación de la recta mostrada en la figura.



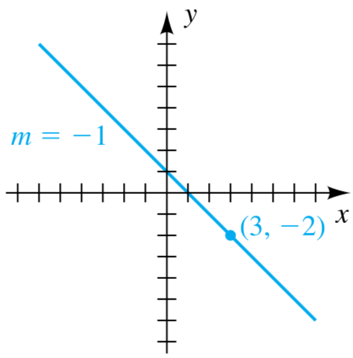
a)



c)



b)



d)

Actividad 19 El propietario de una franquicia de helados debe pagar a la casa matriz $\$1000$ por mes más 5 % de los ingresos mensuales R.

a) Exprese la ganancia mensual G en términos de los ingresos mensuales R.

b) ¿Cuánto debe ganar un propietario con un ingreso mensual de $30000?

Actividad 20 **Vaporizar agua**. La cantidad H (en $joulies$) necesaria para convertir un gramo de agua en vapor esta linealmente relacionada con la temperatura T (° C) de la atmósfera. A 10 $°C$ esa conversión requiere 2480 $joules$ y cada 15 $°C$ de aumento en la temperatura, baja 40 $joules$.

a) Exprese H en términos de T.

b) ¿Cuántos $joules$ se requieren para convertir un gramo de agua a una temperatura de 40 $°C$?

c) ¿Y a cero grados?¿Cuantos $joules$ se requiere?.

Actividad 21 **Pago de préstamo** Un estudiante universitario recibe un préstamo sin intereses de \$8250 de un familiar. El estudiante pagará \$125 al mes hasta pagar el préstamo.

a) Exprese la cantidad P (en pesos) pendiente de pago en términos del tiempo t (en meses).

b) ¿Después de cuántos meses el estudiante deberá \$5000?

Actividad 22 La temperatura T bajo una nube varia linealmente según la altitud x, en el suelo la temperatura es de 21°C y a 1000 m la temperatura es de 15°C.

a) Hallar una Expresión $T(x)$ que se ajuste al problema.

b) Hallar la temperatra que habrá a 1500 m de altitud.

c) ¿A Qué altitud la temperatura es de 3°C ?.

d) Realiza un gráfico aproximado.

Actividad 23 **Vaporizar agua**: La cantidad H (en $joules$) necesaria para convertir un gramo de agua en vapor está linealmente relacionada con la temperatura T (en $°C$) de la atmósfera. A $10°C$ ésta conversión requiere 2480 $joules$ y cada aumento en temperatura de $15°C$ baja la cantidad de calor necesaria en 40 $joules$.Exprese H en términos de T que se ajuste al problema.

Actividad 24 **Isla de calor urbano** El fenómeno de una isla de calor urbano se ha observado en Tokio. El promedio de temperatura fue de $13,5°C$ en 1915 y desde entonces ha subido $0,032°C$ por año.

a) Suponiendo que la temperatura $T(en°C)$ está linealmente relacionada con el tiempo t (en años) y que $t = 0$ corresponde a 1915, exprese T en términos de t.

b) Prediga el promedio de temperatura en el año 2020.

Dominio y rango de $f(x)$

Actividad 25 Encuentre el dominio de f.

a) $f(x)=\sqrt{2x+7}$

b) $f(x)=\sqrt{16-x^2}$

c) $f(x)=\dfrac{x+1}{x^2-5x+4}$

d) $f(x)=\dfrac{\sqrt{2x-5}}{x^2-5x+4}$

e) $f(x)=\sqrt{x+3}+\sqrt{3-x}$

f) $f(x)=\dfrac{1}{(x-3)\sqrt{x+3}}$

Actividad 26 **(a)** Trace la gráfica de f, **(b)** Encuentre el dominio D y rango de f ,**(c)** Encuentre los intervalos de crecimiento y decrecimiento o constante.

a) $f(x)=-2x+1$

b) $f(x)=4-x^2$

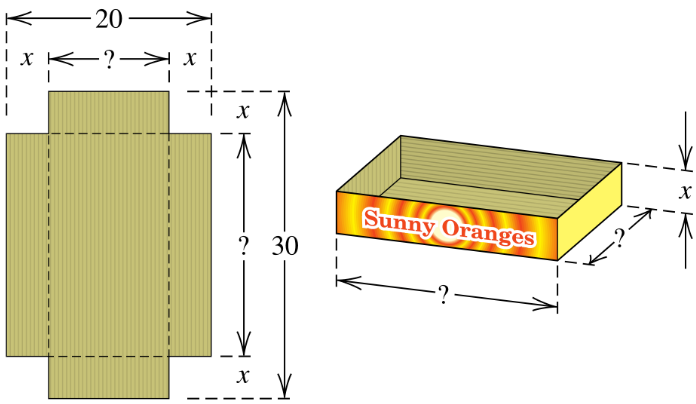
c) $f(x)=\sqrt{x-1}$

d) $f(x)=-4$

e) $f(x)=-\sqrt{36-x^2}$

f) $f(x)=2x-1$

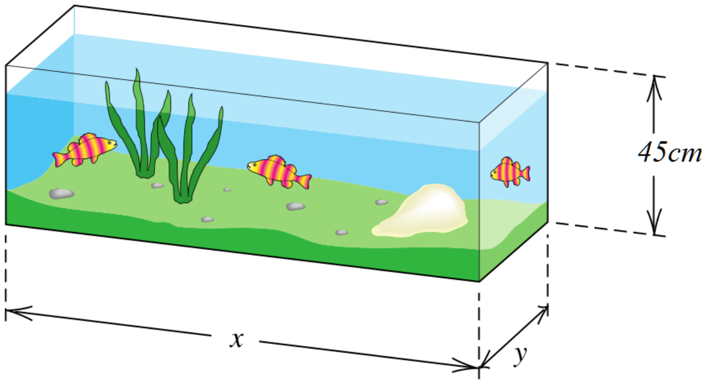
Actividad 27 **Construcción de una caja**. De una pieza rectangular de cartón que tiene dimensiones de 20 dm x 30 dm, se ha de construir una caja abierta al cortar un cuadrado idéntico de área x^2 de cada esquina y voltear hacia arriba los lados (vea la figura). Exprese el volumen V de la caja como función de x.



Actividad 28 **Dimensiones de un acuario** Un acuario de 45 cm de altura debe tener un volumen de 4050 cm^3. Con x denote la longitud de la base y con y el ancho (vea la figura).

a) Exprese y como función de x.

b) Exprese el número total S de centímetros cuadrados de vidrio necesario como función de x.



Actividad 29 Determine si f es par, impar o ninguna de éstas.

a) $f(x) = 5x^3 + 2x$

b) $f(x) = 3x^4 - 6x^2 - 5$

c) $f(x) = 8x^3 - 3x^2$

d) $f(x) = |x| - 3$

e) $f(x) = \sqrt[3]{5}$

f) $f(x) = x^3 - \dfrac{1}{x}$

Actividad 30 Trace la gráfica de f.

a)

$$f(x) = \begin{cases} 3 & si \quad x \leq -1 \\ -2 & si \quad x > -1 \end{cases}$$

b)

$$f(x) = \begin{cases} 3 & si \quad x < -2 \\ -x+1 & si \quad |x| \leq 2 \\ -4 & si \quad x > 2 \end{cases}$$

c)

$$f(x) = \begin{cases} -2x & si \quad x < -1 \\ x^2 & si \quad -1 \leq x < 1 \\ -2 & si \quad x \geq 2 \end{cases}$$

d)

$$f(x) = \begin{cases} x-3 & si \quad x \leq -2 \\ -x^2 & si \quad -2 < x < 1 \\ -x+4 & si \quad x \geq 1 \end{cases}$$

Guia 2:Función cuadrática

Función cuadrática

Actividad 1 Expresar $f(x)$ en la forma $a(x-h)^2+k$.

a) $f(x)=-x^2-4x+11$

b) $f(x)=x^2-16x+11$

c) $f(x)=5x^2+20x+14$

d) $f(x)=-\frac{3}{4}x^2+9x-34$

e) $f(x)=\frac{2}{5}x^2-\frac{12}{5}x+\frac{23}{5}$

f) $f(x)=4x^2-12x$

Actividad 2 **(a)** Use la fórmula cuadrática para hallar los ceros de f. **(b)** Encuentre el valor máximo o mínimo de $f(x)$. **(c)** Trace la gráfica de f.

a) $f(x)=x^2-6x$

b) $f(x)=-x^2-6x$

c) $f(x)=-12x^2+11x+15$

d) $f(x)=6x^2+7x-24$

e) $f(x)=9x^2+24x+16$

f) $f(x)=-4x^2+4x-1$

Actividad 3 Encuentre la ecuación estándar de una parábola que tiene un eje vertical y satisface las condiciones dadas.

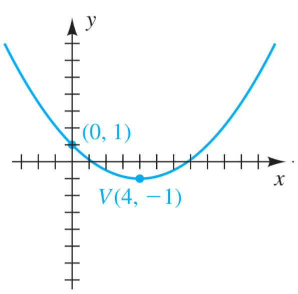
a) Vértice $(0,-2)$, que pasa por $(3,25)$.

b) Vértice $(0,7)$, que pasa por $(2,-1)$.

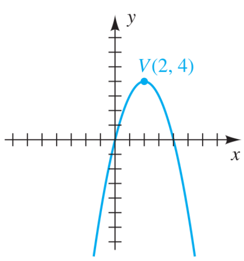
c) Vértice $(4,-7)$, interseca en -4 el eje x

d) Interseca el eje x en -3 y 5, el punto más alto tiene coodenadas y en 4.

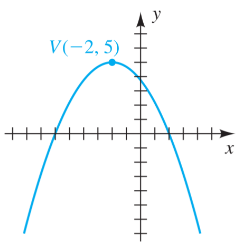
Actividad 4 Encuentre la ecuación estándar de la parábola que se muestra en la figura.



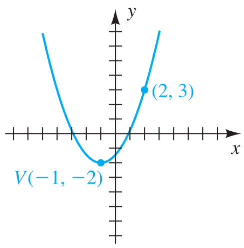
a)



b)

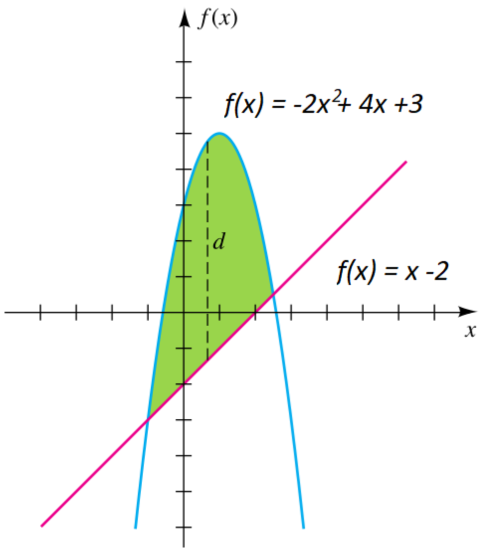


c)

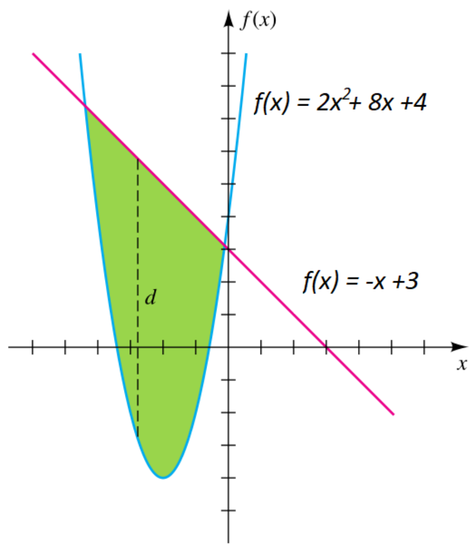


d)

Actividad 5 Encuentre la máxima distancia vertical d entre la parábola y la recta para la región atrapada.



a)



b)

Actividad 6 **Descenso de un paracaidista** Cuando un paracaidista salta desde un avión a 2000m de altura, suponemos que la caída es libre, el peso es la única fuerza que actúa sobre él, la aceleración es constante y la ecuación del movimiento esta dada por

$$x(t) = 2000 - \frac{1}{2}gt^2$$

donde t es el tiempo de caída y $g = 10\frac{m}{s^2}$.

a) Calcular la altura a la que se encuentra el paracaidísta al cabo de 12 s.

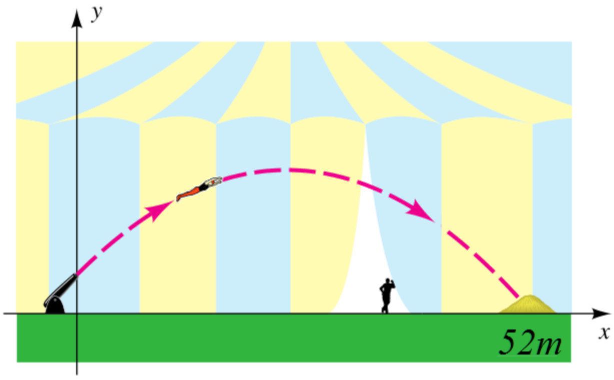
b) ¿Durante cuánto tiempo permanecerá en caida libre si la altura mínima para abrir un paracaidas desde esa altura , es de 600 m?

c) Realiza un gráfico aproximado.

Actividad 7 **La bala de cañón humana** En la década de 1940, la exhibición de la bala de cañón humana fue ejecutada regularmente por *Emmanuel Zacchini* para el circo Ringling Brothers and Barnum Bailey. La punta del cañón se elevaba 5 metros del suelo y la distancia horizontal total recorrida era de 52 metros. Cuando el cañón se apuntaba a un ángulo de $45°$, una ecuación del vuelo parabólico (vea la figura) tenía la forma $y = ax^2 + x + c$.

a) Use la información dada para hallar una ecuación del vuelo.

b) Encuentre la altura máxima alcanzada por la bala de cañón humana.



Actividad 8 **Trayectoria de una pelota de béisbol** suponga que una pelota de béisbol golpeada en el plato de *home* sigue una trayectoria que tiene la ecuación

$$y = -\frac{3}{4000}x^2 + \frac{3}{10}x + 3$$

donde x e y están en metros.

a) Encuentre la altura máxima de la pelota de béisbol.

b) ¿La pelota podrá librar una cerca de 8 m de alto que está a una distancia de 128 m del plato de *home*?

Operaciones con funciones

Actividad 9 Encuentre **(a)** $(f+g)(x)$, $(f-g)(x)$, $(fg)(x)$, $(f/g)(x)$. **(**b**)**el dominio de $f+g$, $f-g$, y fg **(**c**)** el dominio de f/g.

a) $f(x) = x^2 + 2 \quad g(x) = 2x^2 - 1$

b) $f(x) = x^2 + x \quad g(x) = x^2 - 4$

c) $f(x) = \sqrt{x+5} \quad g(x) = \sqrt{x+5}$

d) $f(x) = \sqrt{5-2x} \quad g(x) = \sqrt{x+3}$

e) $f(x) = \dfrac{2x}{x-4} \quad g(x) = \dfrac{x}{x+5}$

f) $f(x) = \dfrac{x}{x-2} \quad g(x) = \dfrac{7x}{x+4}$

Actividad 10 Encuentre (a) $(f \circ g)(x)$ (b) $(g \circ f)(x)$ (c) $(f \circ f)(x)$ (d) $(g \circ g)(x)$

a) $f(x) = 2x - 5 \quad g(x) = 3x + 4$

b) $f(x) = 5x + 2 \quad g(x) = 6x - 3$

c) $f(x) = 3x^2 + 4 \quad g(x) = 5x$

d) $f(x) = 5x - 7 \quad g(x) = 3x^2 - x + 2$

e) $f(x) = \sqrt{x-15} \quad g(x) = x^2 + 2x$

f) $f(x) = \dfrac{1}{x-1} \quad g(x) = x - 1$

Guia 3:Funciones Polinómicas y Racionales

Funciones Polinómicas y Racionales

Actividad 1 Trace la gráfica de f para el valor indicado de c o a.

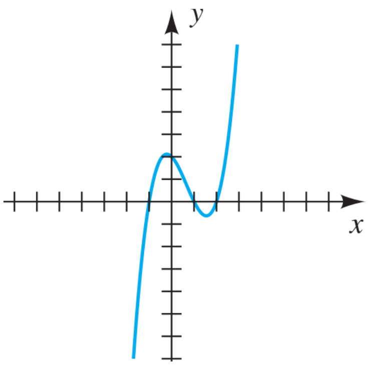
a) $f(x) = x^2 + c$
   (i) $c = 3$
   (ii) $c = -3$

b) $f(x) = -2x^3 + c$
   (i) $c = -2$
   (ii) $c = 2$

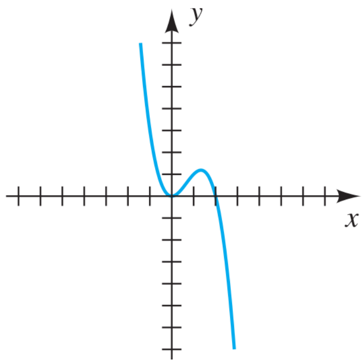
c) $f(x) = ax^3 + 2$
   (i) $a = 2$
   (ii) $c = -\frac{1}{2}$

d) $f(x) = ax^3 - 3$
   (i) $a = -2$
   (ii) $c = \frac{1}{8}$

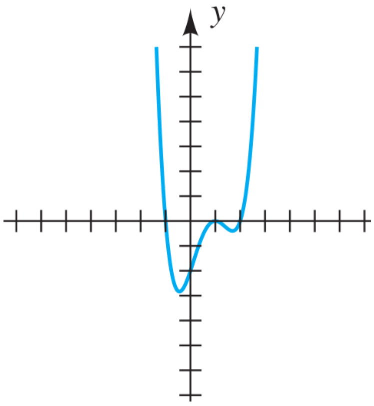
Actividad 2 Relacione cada gráfica con una ecuación.



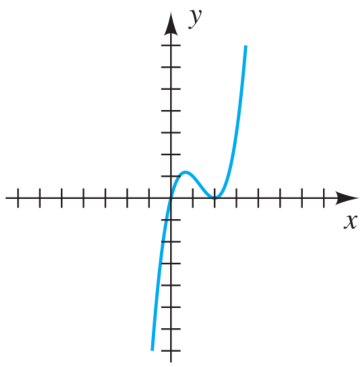
a)



c)



b)



d)

(A) $f(x) = x(x-2)^2$ **(B)** $f(x) = -x^2(x-2)$ **(C)** $f(x) = (x+1)(x-1)(x-2)$
(D) $f(x) = (x+1)(x-1)^2(x-2)$

Actividad 3 Encuentre todos los valores de x tales que $f(x) > 0$ y toda x tal que $f(x) < 0$, y trace la gráfica de f.

a) $f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 2$

b) $f(x) = -\frac{1}{16}x^4 + 1$

c) $f(x) = x^4 - 4x^2$

d) $f(x) = -x^3 + 2x^2 + 8x$

e) $f(x) = x^4 + 3x^3 - 4x^2$

f) $f(x) = \frac{1}{6}(x+2)(x-3)(x-4)$

g) $f(x) = x^3 + 2x^2 - 4x - 8$

h) $f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$

i) $f(x) = x^2(x+2)(x-1)^2(x-2)$

Actividad 4 Si $f(x) = kx^3 + x^2 - kx - 5k$, encuentre el número k tal que la f contenga el punto $(-1, 4)$.

Actividad 5 Si un cero de $f(x) = x^3 - 3x^2 - kx + 12$ es -2, encuentre otros ceros.

Actividad 6 Polinómio de Legendre El polinómio de tercer grado de Legendre

$$P(x) = \frac{1}{2}(5x^3 - 3x)$$

se presenta en la solución de problemas de tranferencia de calor en física e ingeniería. Encuentre todos los valores de x tales que $P(x) > 0$ y toda x tal que $P(x) < 0$, y trace la gráfica de P.

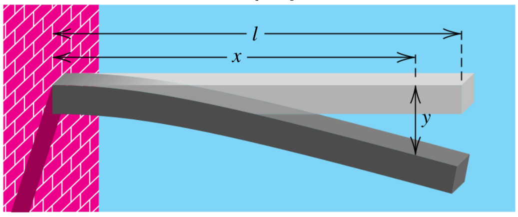
Actividad 7 **Un polinómio de Chebyshev** El polinómio de cuarto grado de Chebyshev $f(x) = 8x^4 - 8x^2 + 1$ se presenta en estudio de estadística. Encuentre todos los valores de x tales que $f(x) > 0$.(sugerencia: Sea $z = x^2$ y use la fórmula cuadrática).

Actividad 8 En pruebas hechas de una dieta experimental para gallinas, se determinó que el peso promedio en gramos ***w*** fue, según las estadísticas, una función lineal del número de días ***d*** después que se inició la dieta. Donde $0 \leq$ ***d*** ≤ 50. suponer que el peso de una gallina al iniciar la dieta es de 40 gramos y 25 días después 625 gramos.

a) Encuentre una función que relacione el peso $w(d)$ y los días d de dieta.

b) ¿ Cuántos debe pesar una gallina a los 50 días de dieta?

Actividad 9 **Flexión de una viga**. Una viga horizontal de l metros de largo está apoyada en un extremo y no apoyada en el otro extremo (vea la figura). Si la viga se somete a una carga uniforme y si f denota la flexión de la viga en una posición a x metros del extremo con apoyo, entonces se puede demostrar que



$$y = cx^2(x^2 - 4lx + 6l^2)$$

donde c es una constante positiva que depende del peso de la carga y de las propiedades físicas de la viga.

a) Si la viga mide 10 metros de largo y la flexión en el extremo no apoyado de la viga es de 2 metros, encuentre c.

b) Demuestre que la flexión es de 1 metro en algún punto entre $x = 6,1$ y $x = 6,2$.

Actividad 10 Use el teorema del residuo para hallar $f(c)$.

a) $f(x) = 3x^3 - x^2 - 4 \quad c = 2$

b) $f(x) = 2x^3 - 3x - 1 \quad c = 3$

c) $f(x) = x^4 - 6x^2 + 4x - 8 \quad c = -3$

d) $f(x) = x^4 + 3x^2 - 12 \quad c = -2$

Actividad 11 Encuentre un polinomio $f(x)$ con coeficiente principal 1 y que tenga el grado y ceros dados.

a) grado 3 ; ceros $-3, 0, 5$.

b) grado 3 ; ceros ± 2, 3.

c) grado 3 ; ceros ± 3 , 1.

d) grado 4 ; ceros -2, ± 1 , 4.

Actividad 12 Use la división sintética para hallar $f(c)$.

a) $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 4x + 4 \quad c = 3$

b) $f(x) = -x^3 + 4x^2 + x \quad c = -2$

c) $f(x) = 0,3x^3 + 0,4x - 4x \quad c = 0,2$

d) $f(x) = x^2 + 3x - 5 \quad c = 3$

Actividad 13 Encuentre el residuo si el polinomio $3x^{100} + 5x^{85} - 4x^{38} + 2x^{17} - 6$ se divide entre $x + 1$

Actividad 14 Use la gráfica de f para aproximar todos los valores de k tales que $f(x)$ sea divisible entre el polinomio lineal dado.

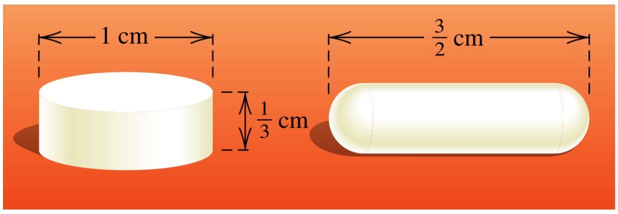
a) $f(x) = x^3 + k^3x^2 + 2kx - 2k^4$; $\quad x - 1,6$

b) $f(x) = k^5x^3 - 2,1x^2 + k^3x - 1,2k^2$; $\quad x + 0,4$

Actividad 15 **Dimensiones de una cápsula**. Una pastilla de aspirina en forma de cilindro circular recto tiene altura de $\frac{1}{3}$ de centímetro y radio de $\frac{1}{2}$ centímetro. El fabricante también desea vender la aspirina en forma de cápsula. La cápsula debe medir $\frac{3}{2}$ centímetros de largo, en forma de cilindro circular recto con semiesferas unidas en ambos extremos (vea la figura).

a) Si r denota el radio de un hemisferio, encuentre una fórmula para el volumen de la cápsula.

b) Encuentre el radio de la cápsula para que su volumen sea igual al de la pastilla.



Actividad 16 Encuentre un polinómio $f(x)$ de grado 3 que tenga ceros indicados y satisfaga la condición dada.

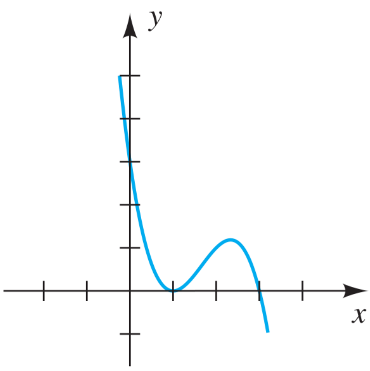
a) $-1, 2, 3$; $f(-2) = 80$

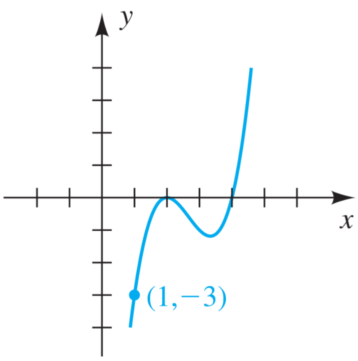
b) $-5, 2, 4$; $f(3) = -24$

c) $-i$, i , 0 ; $f(2) = 30$

d) $-4i$, $4i$,0 ; $f(4) = 1$

Actividad 17 Encuentre una función polinómica de grado 3 cuya gráfica se adapte a la figura.

a) 

b) 

Actividad 18 Encuentre los ceros de $f(x)$ y exprese la multiplicidad de cada cero.

a) $f(x) = x^2(3x + 2)(2x - 5)^3$

b) $f(x) = x(x+1)^4(3x-7)^2$

c) $f(x) = 4x^5 + 12x^4 + 9x^3$

d) $f(x) = (6x^2 + 7x - 5)^4(4x^2 - 1)^2$

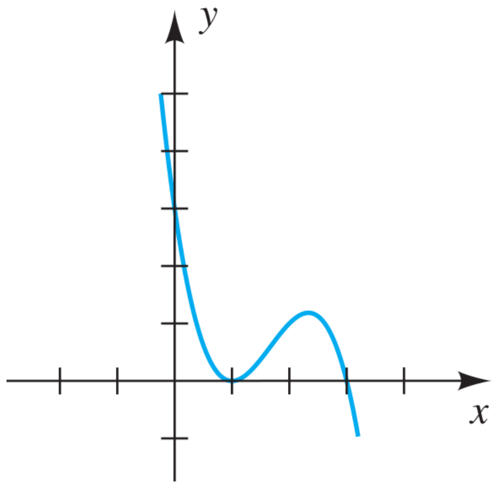
Actividad 19 Aplicando el primer teorema sobre cotas para ceros reales de polinomios, determine los enteros mínimos y máximos que son cotas superiores e inferiores, respectivamente, para las soluciones reales de la ecuación. Con ayuda del geogebra, discuta la validez de los límites.

a) $x^3 - 4x^2 - 5x + 7 = 0$

b) $2x^3 - 5x^2 + 4x - 8 = 0$

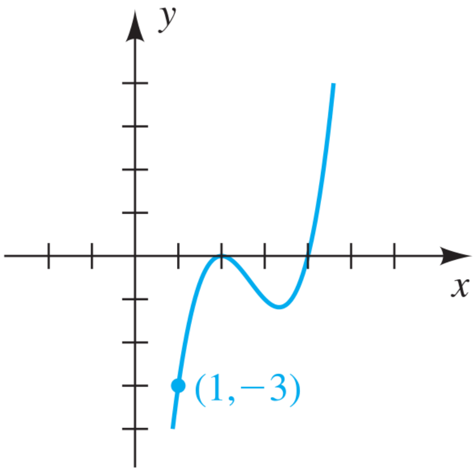
c) $x^4 - 9x^3 - 8x - 10 = 0$

Use la grafica para completar las afirmaciones.



Actividad 20

- Cuando $x \longrightarrow -\infty$, $f(x) \longrightarrow \cdots\cdots$.
- Cuando $x \longrightarrow \infty$, $f(x) \longrightarrow \cdots\cdots$.
- Cuando $x \longrightarrow 3^-$, $f(x) \longrightarrow \cdots\cdots$.
- Cuando $x \longrightarrow 3^+$, $f(x) \longrightarrow \cdots\cdots$.
- Cuando $x \longrightarrow 0$, $f(x) \longrightarrow \cdots\cdots$.



Actividad 21

- Cuando $x \longrightarrow -\infty$, $f(x) \longrightarrow \cdots\cdots$.
- Cuando $x \longrightarrow \infty$, $f(x) \longrightarrow \cdots\cdots$.
- Cuando $x \longrightarrow -2^-$, $f(x) \longrightarrow \cdots\cdots$.
- Cuando $x \longrightarrow 2^+$, $f(x) \longrightarrow \cdots\cdots$.
- Cuando $x \longrightarrow 0$, $f(x) \longrightarrow \cdots\cdots$.

Actividad 22 Trace la gráfica de f.

a) $f(x) = \dfrac{3}{x-4}$

b) $f(x) = -\dfrac{-3x}{x+2}$

c) $f(x) = \dfrac{4x-1}{2x+3}$

d) $f(x) = \dfrac{(4x-1)(x-2)}{(2x+3)(x-2)}$

e) $f(x) = \dfrac{x-2}{x^2-x-6}$

f) $f(x) = \dfrac{x-3}{x^2-1}$

g) $f(x) = \dfrac{5x+3}{3x-7}$

h) $f(x) = \dfrac{2}{(x+1)^2}$

i) $f(x) = \dfrac{-2x^2+10x-12}{x^2+x}$

Actividad 23 Encuentre una ecuación de función racional f que satifaga las condiciones dadas.

a)
- Asintóta vertical: $x = 5$
- Asíntota horizontal: $y = -1$
- Intersección con eje $x : 2$

b)
- Asintótas verticales: $x = -2$, $x = 0$
- Asíntota horizontal: $y = 0$

- Intersección con eje $x: 2; f(3) = 1$

c)
- Asintótas verticales: $x = -3$, $x = 1$
- Asíntota horizontal: $y = 0$
- Intersección con eje $x: -1; f(0) = -2$
- hueco en $x = 2$

d)
- Asintótas verticales: $x = -1$, $x = 3$
- Asíntota horizontal: $y = 2$
- Intersección con eje $x: -2; 1$
- hueco en $x = 0$

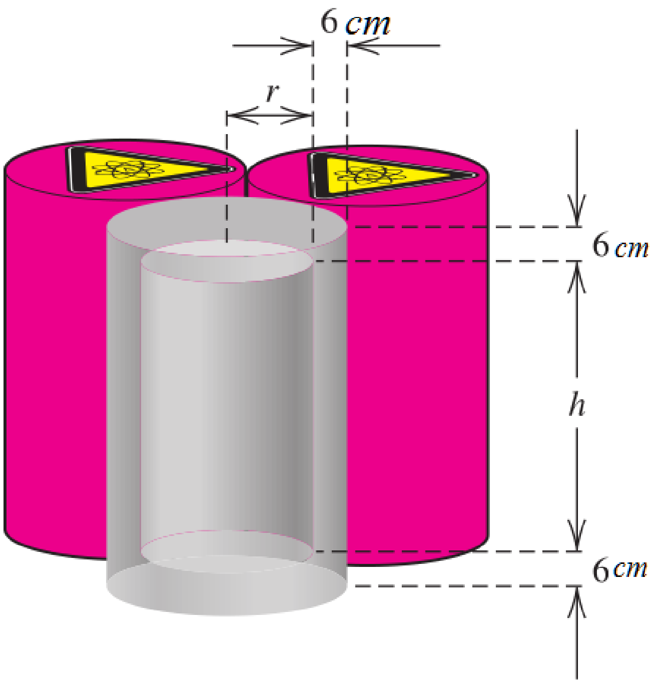
Actividad 24 **Un recipiente para desechos radiactivos** Un recipiente cilíndrico para almacenar desechos radiactivos se va a construir de plomo. Este recipiente debe tener paredes de 6 cm de grueso. El volumen del cilindro exterior mostrado en la figura debe ser $16\pi\ cm^2$.

a) Exprese la altura h del interior del cilindro como función del radio interior r.

b) Demuestre que el volumen interior $V(r)$ está dado por

$$V(r) = \pi r^2 \left[\frac{16}{(r + 0,5)^2} - 1 \right]$$

c) ¿Qué valores de r deben excluirse en el inciso **(**b**)**?



Actividad 25 **Dosis de medicamento** La regla de *Young* es una fórmula que se usa para adaptar los niveles de dosis de medicamento de adultos para niños. Si a denota la dosis de adultos (en miligramos) y si t es la edad del niño (en años),entonces la dosis

y para niño está dada por la ecuación $y = \frac{ta}{t+12}$. Trace la gráfica de esta ecuación para $t > 0$ y $a = 100$.

Actividad 26 **Concentración de sal** Agua salada de concentración 0,1 kg de sal por litros entra en un gran tanque que inicialmente contiene 50 litros de agua pura.

a) Si el caudal de agua salada que entra al tanque es 5 kg/min, encuentre el volumen $V(t)$ de agua y la cantidad $A(t)$ de sal en el tanque después de t minutos.

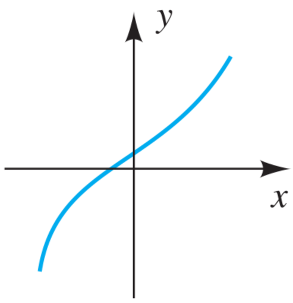
b) Encuentre una fórmula para la concentración de sal $c(t)$ (en $kg/litros$) después de t minutos.

c) Discuta la variación de $c(t)$ cuando $t \to \infty$.

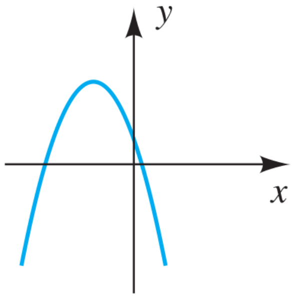
Guia 4:Funciones Exponenciales y Logarítmicas

Función Exponencial y Logarítmicas

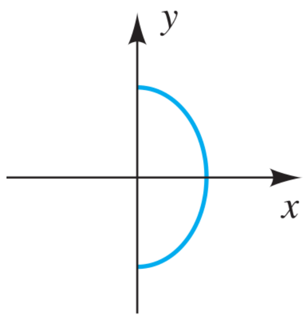
Actividad 1 Determine si la gráfica corresponde a una función biunívoca.



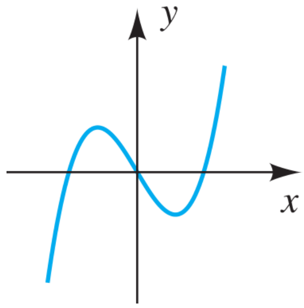
a)



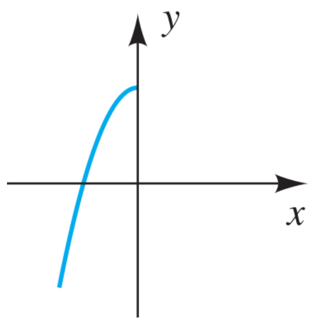
b)



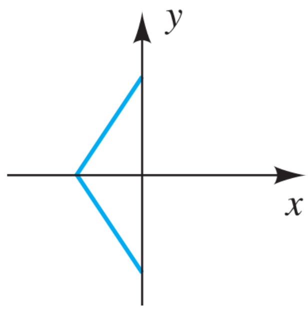
c)



d)



e)



f)

Actividad 2 Determine si la función es biunívoca.

a) $f(x) = 2x + 5$

b) $f(x) = x^2 - 5$

c) $f(x) = \sqrt{x}$

d) $f(x) = |x|$

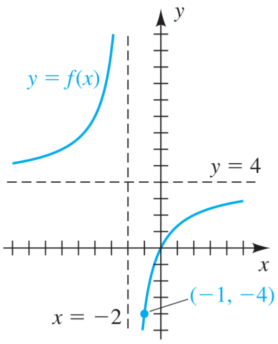
e) $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$

f) $f(x) = \frac{1}{x-2}$

g) $f(x) = 3$

h) $f(x) = \dfrac{1}{x^2}$

Actividad 3 Use la gráfica de f junto con la relación dominio -rango de f y f^{-1} para completar las declaraciones. (Sugerencia: si x se aproxima a 2 en f, entonces y se aproxima a 2 en f^{-1})



- Cuando $x \longrightarrow -4$, $f^{-1}(x) \longrightarrow \cdots\cdots$.
- Cuando $x \longrightarrow \infty$, $f^{-1}(x) \longrightarrow \cdots\cdots$.
- Cuando $x \longrightarrow -\infty$, $f^{-1}(x) \longrightarrow \cdots\cdots$.
- Cuando $x \longrightarrow 4^{+}$, $f^{-1}(x) \longrightarrow \cdots\cdots$.
- Cuando $x \longrightarrow 4^{-}$, $f^{-1}(x) \longrightarrow \cdots\cdots$.

Actividad 4 Trace la gráfica de f si $a = 2$

a) $f(x) = a^x$

b) $f(x) = 3a^x$

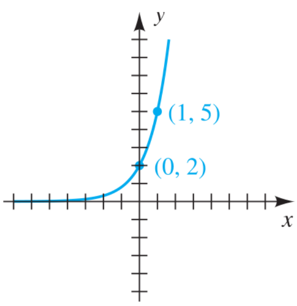
c) $f(x) = a^x + 3$

d) $f(x) = a^x - 3$

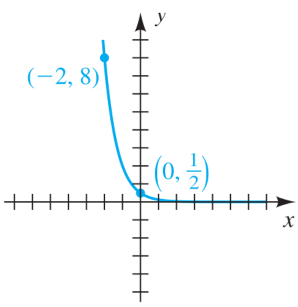
e) $f(x) = \left(\frac{1}{a}\right)^x$

f) $f(x) = a^{x+3}$

Actividad 5 Encuentre una función exponencial $f(x) = ba^x$ o $f(x) = ba^x + c$ que tenga la gráfica dada.



a)



b)

Actividad 6 Encuentre una función exponencial de la forma $f(x) = ba^{-x} + c$ que tiene la asíntota horizontal y el punto de intersección con el eje y dados y que pasa por el punto P.

a) $y = 32$; punto de intersección con el eje y : 212; $P(2, 112)$

b) $y = 72$; punto de intersección con el eje y: 425; $P(1; 248, 5)$

Actividad 7 **Población de renos** Cien renos, cada uno de ellos de 1 año de edad, se introducen en una reserva de caza. El número $N(t)$ de animales vivos después de t años se pronostica que es $N(t) = 100(0, 9)^t$.

a) Estime el número de animales vivos después de 5 años.

b) ¿Qué porcentaje de la manada muere cada año?

Actividad 8 **Dosis de medicamento** Un medicamento es eliminado del cuerpo por la orina. Suponga que para una dosis inicial de 10 miligramos, la cantidad $A(t)$ en el cuerpo t horas después está dada por $A(t) = 10(0, 8)^t$.

a) Estime la cantidad del medicamento en el cuerpo 8 horas después de la dosis inicial.

b) ¿Qué porcentaje del medicamento remanente en el cuerpo es eliminado cada hora?

Actividad 9 **Crecimiento de bacterias** El número de bacterias en cierto cultivo aumentó de 600 a 1800 entre las $7 : 00$ a.m. y las $9 : 00$ a.m. Suponiendo que el crecimiento es exponencial, el número $f(t)$ de bacterias t horas después de las $7 : 00$ a.m. está dado por $f(t) = 600(3)^{t/2}$.

a) Estime el número de bacterias en el cultivo a las $8 : 00$ a.m., $10 : 00$ a.m. y $11 : 00$ a.m.

b) Trace la gráfica de f para $0 \leq t \leq 4$.

Actividad 10 Resuelvasin usar calculadora.

a) $log(x^2) = (logx)^2$

b) $log(logx) = 2$

c) $x^{\sqrt{logx}} = 10^8$

d) $e^{2x} + 2ex - 15 = 0$

e) $e^{2x} + 2e^x - 15 = 0$

f) $log\sqrt{x} = \sqrt{logx}$

Actividad 11 Resuelva la ecuación.

a) $log_3 - log_9(x + 42) = 0$

b) $log_4 x + log_8 x = 1$

Actividad 12 Use los logarítmos naturales para despejar x en términos de y.

a) $y = \dfrac{e^x - e^{-x}}{2}$

b) $y = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$

c) $y = \dfrac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$

d) $y = \dfrac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$

Actividad 13 Trace la gráfica de f y use la fórmula de cambio de base para aproximar el punto de intersección con el eje y.

a) $f(x) = log_2(x+3)$

b) $f(x) = log_(x+5)$

Actividad 14 Los químicos emplean un número denotado por pH para describir cuantitativamente la acidez o basicidad de soluciones. Por definición, $pH = -log\,[H^+]$, donde $[H^+]$ es la concentración de iones hidrógeno en moles por litro. proxime el pH de cada sustancia.

a) vinagre: $[H^+] \approx 6,3 \times 10^{-3}$

b) zanahorias: $[H^+] \approx 1,0 \times 10^{-5}$

c) agua de mar: $[H^+] \approx 5,0 \times 10^{-9}$

Actividad 15 Aproxime la concentración de ion Hidrógeno $[H^+]$ de cada sustancia.

a) Manzana: $pH \approx 3,0$

b) Cerveza: $pH \approx 4,2$

c) Leche: $pH \approx 6,6$

Actividad 16

- Encuentre el dominio y rango de la función.
- Encuentre la inversa de la función y su dominio y rango.

a) $y = log_2(x+1)$

b) $y = 2^{3-x} - 2$

Guia 5:Funciones Trigonométricas

Sistemas de ángulos

Actividad 1 Encuentre la medida exacta del ángulo en radianes.

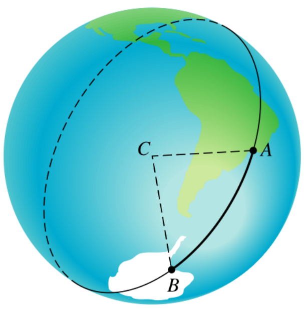
a) $150°$
b) $120°$
c) $450°$
d) $630°$
e) $-60°$
f) $-135°$
g) $72°$
h) $54°$
i) $100°$

Actividad 2 Encuentre la medida exacta del ángulo en grados.

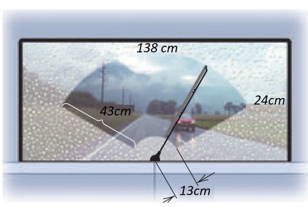
a) $\frac{2\pi}{3}$
b) $\frac{5\pi}{6}$
c) $\frac{11\pi}{6}$
d) $\frac{4\pi}{3}$
e) $\frac{4\pi}{3}$
f) $\frac{11\pi}{4}$
g) $-\frac{7\pi}{2}$
h) $-\frac{5\pi}{2}$
i) $\frac{\pi}{9}$

Actividad 3 **Medir distancia de la Tierra** La distancia entre dos puntos A y B en la Tierra se mide a lo largo de una circunferencia cuyo centro es C, en el centro de la Tierra, y radio igual a la distancia de C a la superficie (vea la figura). Si el diámetro de la Tierra es aproximadamente 12874 km, calcule la distancia entre A y B si el ángulo $A\hat{C}B$ tiene la medida indicada:

a) $60°$
b) $45°$
c) $30°$
d) $10°$
e) $1°$

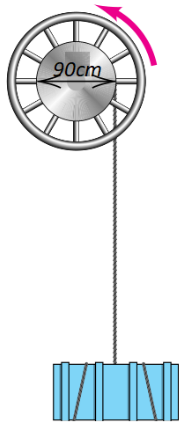


Actividad 4 **Área de una ventana** Una ventana rectangular mide 138cm por 60cm. Hay una hoja limpiadora de 43cm unida por un brazo de 13cm al centro de la base de la ventana, como se ve en la figura. Si el brazo gira $120°$, aproxime el porcentaje del área de la ventana que es limpiado por la hoja.



Actividad 5 **Revoluciones en llantas** Una llanta común de auto compacto mide 56cm de diámetro. Si el auto corre con una rapidez de 90 $\frac{km}{h}$, encuentre el número de revoluciones que hace la llanta por minuto.

Actividad 6 **Malacate de carga** Se utiliza un malacate grande de 90cm de diámetro para levantar cargas, como se ve en la figura.



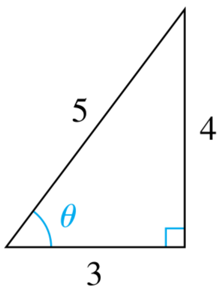
a) Encuentre la distancia que la carga es levantada si el malacate gira un ángulo de $\frac{7}{4}\pi$ radianes.

b) Encuentre el ángulo (en radianes) que el malacate debe girar para levantar la carga d pies.

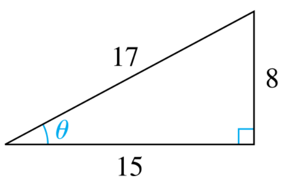
Actividad 7 **Desplazamiento del polo magnético** Los polos geográfico y magnético norte tienen diferentes ubicaciones. Hoy en día, el polo norte magnético se desplaza al oeste $0,0017$ radianes por año, donde el ángulo de desplazamiento tiene su vértice en el centro de la Tierra. Si este movimiento continúa, ¿aproximadamente cuántos años tardará el polo norte magnético en desplazarse un total de $5°$?

Funciones Trigonométricas de ángulos

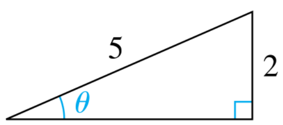
Actividad 8 Encuentre los valores de las seis funciones trigonométricas para el ángulo θ.



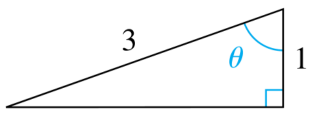
a)



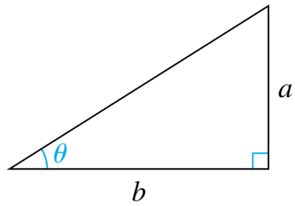
b)



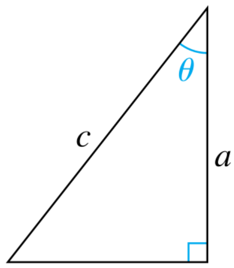
c)



d)

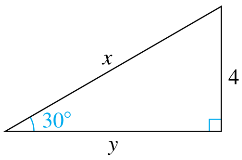


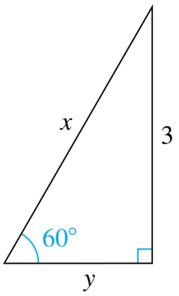
e)

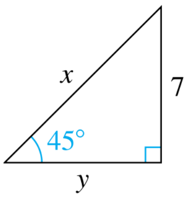


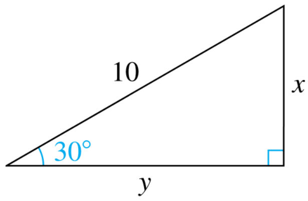
f)

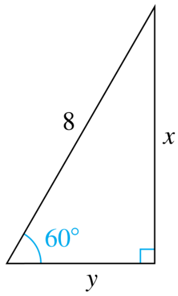
Actividad 9 Encuentre los valores exactos de x y y.

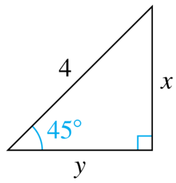
a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

f) 

Actividad 10 Encuentre los valores exactos de las funciones trigonométricas para el ángulo agudo θ.

a) $sen\,\theta = \frac{3}{5}$

b) $tan\,\theta = \frac{5}{12}$

c) $sec\,\theta = \frac{6}{5}$

d) $cos\,\theta = \frac{8}{17}$

e) $cot\,\theta = \frac{7}{24}$

f) $csc\,\theta = \frac{4}{3}$

Identidades Trigonométricas

Actividad 11 Simplifique la expresión.

a) $\dfrac{sen^3\theta + cos^3\theta}{sen\theta + cos\theta}$

b) $\dfrac{9 - tan^2\theta}{tan^2\theta - 5 \cdot tan\theta + 6}$

c) $\dfrac{2 - tan\theta}{2csc\theta - sec\theta}$

d) $\dfrac{sen\theta + cos\theta}{sen^3\theta + cos^3\theta}$

e) $\dfrac{cot^2\alpha - 4}{cot^2\alpha - cot\alpha - 6}$

f) $\dfrac{csc\theta + 1}{1/sen^2\theta + csc\theta}$

Actividad 12 Verifique la identidad al transformar el lado izquierdo en el lado derecho.

a) $cos\,\theta \cdot sec\,\theta = 1$

b) $sen\,\theta \cdot sec\,\theta = tan\,\theta$

c) $\dfrac{csc\,\theta}{sec\,\theta} = cot\,\theta$

d) $(1 + cos\,2\theta)(1 - cos\,2\theta) = sen^2\,2\theta$

e) $cos^2 2\,\theta - sen^2\,2\theta = 2cos^2\,2\theta - 1$

f) $\cos^2\ \theta(sec^2\,\theta - 1) = sen^2\,\theta$

g) $cos^2\,\theta(sec^2\,\theta - 1) = sen^2\,\theta$

h) $(tan\,\theta + cot\,\theta)\ \tan\theta = sec^2\,\theta$

i) $tan\,\theta \cdot cot\,\theta = 1$

j) $sen\,\theta \cdot cot\,\theta = cos\,\theta$

k) $\dfrac{sen\ (\theta/2)}{csc\,(\theta/2)} + \dfrac{cos\ (\theta)}{sec\,(\theta/2)} = 1$

l) $1 - 2sen^2\,(\theta/2) = 2\,\cdot^2\ (\theta/2) - 1$

m) $(1 + sen\,\theta)(1 - sen\,\theta) = \dfrac{1}{sec^2\,\theta}$

Actividad 13 Use identidades fundamentales para hallar los valores de las funciones trigonométricas para las condiciones dadas.

a) $tan\,\theta = -\frac{3}{4}$ y $sen\,\theta > 0$

b) $cot\,\theta = \frac{3}{4}$ y $cos\,\theta < 0$

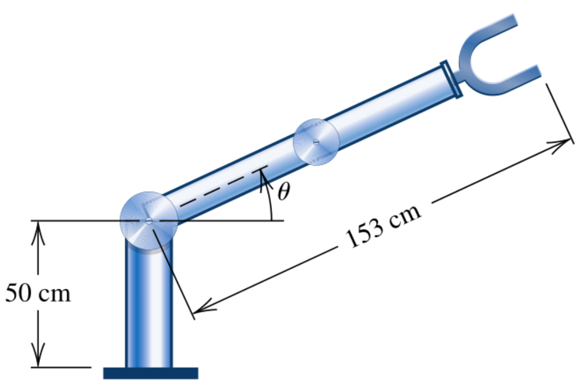
c) $sen\,\theta = -\frac{5}{13}$ y $sec\,\theta > 0$

d) $cos\,\theta = \frac{1}{2}$ y $sen\,\theta$

e) $cos\,\theta = -\frac{1}{3}$ y $sen\,\theta < 0$

f) $csc\,\theta = 5$ y $cot\,\theta < 0$

Actividad 14 **Movimiento de brazo robótico** Las funciones trigonométricas se usan extensamente en el diseño de robots industriales. Suponga que la articulación del hombro de un robot está motorizada de modo que el ángulo θ aumenta a una razón constante de $\pi/12$ radianes por segundo a partir de un ángulo inicial de $\theta = 0$. Suponga que la articulación del codo se mantiene siempre recta y que el brazo tiene una longitud constante de 153 centímetros, como se ve en la figura.



a) Suponga que $h = 50cm$ cuando $\theta = 0$. Construya una tabla que indique el ángulo θ y la altura h de la mano robótica cada segundo cuando $0 \leq \theta \leq \pi/2$.

b) Determine si un aumento constante en el ángulo θ produce o no un aumento constante en la altura de la mano.

c) Encuentre la distancia total que se mueve la mano.

Funciones trigonométricas de números reales

Actividad 15 Aproxime a cuatro lugares decimales.

a) $sen\, 98°10'$

b) $cos\, 623,7°$

c) $tan\, 3$

d) $cot\, 231°40'$

e) $sec\, 1175,1°$

f) $csc\, 0,82$

g) $sen\, 496,4°$

h) $cos\, 0,65$

i) $tan\, 105°40'$

j) $cot\, 1030,2°$

Actividad 16 Calcule, con un error de $0,1°$ más cercano, todos los ángulos $theta$ en el intervalo $[0°, 360°)$ que satisfagan la ecuación.

a) $sen\,\theta = -0,5640$

b) $tan\,\theta = 2,798$

c) $sec\,\theta = -1,116$

d) $cos\,\theta = 0,7490$

e) $cot\,\theta = -0,9601$

f) $csc\,\theta = 1,485$

g) $cos\,\theta = -0,6604$

h) $csc\,\theta = -2,3179$

Actividad 17 Grosor de la capa de ozono El grosor de la capa de ozono se puede calcular usando la fórmula

$$lnI_0 - lnI = kx\, sec\,\theta$$

donde I_0 es la intensidad de una longitud de onda de luz particular proveniente del Sol antes de llegar a la atmósfera, I es la intensidad de la misma longitud de onda después de pasar por una capa de ozono de x centímetros de grueso, k es la constante de absorción de ozono para esa longitud de onda y θ es el ángulo agudo que la luz solar forma con la vertical. Suponga que para una longitud de onda de 3055×10^{-8} centímetros con $k \approx 1,88$, I_0/I se mide como $1,72$ y $\theta = 12°$. Aproxime el grosor de la capa de ozono al $0,01$ de centímetro más cercano.
Rta: $0,28cm$

Actividad 18 **Cálculos de ozono** Consulte el ejercicio anterior. Si se estima que la capa de ozono mide $0,31$ centímetros de grueso y,para una longitud de onda de 3055×10^{-8} centímetros, I_0/I se mide como $2,05$, aproxime el ángulo que formó el Sol con la vertical en el momento de la medición.

Actividad 19 Radiación solar La cantidad de luz solar que ilumina una pared de un edificio puede afectar en gran medida la eficiencia de energía del edificio. La radiación solar que incide en una pared vertical que mira hacia el este está dada por la fórmula

$$R = R_0 \, cos \, \theta sen \, \phi$$

donde R_0 es la máxima radiación solar posible, θ es el ángulo que el Sol forma con la horizontal, y ϕ es la dirección del Sol en el cielo, con $\phi = 90°$ cuando el Sol está en el este y $\phi = 60°$ cuando el Sol está en el sur.

a) ¿Cuándo incide sobre la pared la máxima radiación sola R_0?

b) ¿Qué porcentaje de R_0 incide sobre la pared cuando θ es igual a $60°$ y el sol está en el sureste?.

Gráficas de Funciones trigonométricas

Actividad 20 Encuentre la amplitud y periodo y trace la gráfica de la ecuación:

a) $y = 4 \, sen \, x$

b) $y = \frac{1}{4} \, sen \, x$

c) $y = 2 \, sen \frac{1}{4} x$

d) $y = \frac{1}{3} \, cos \, x$

e) $y = 2 \, cos \frac{1}{3} x$

f) $y = cos \, 3x$

Actividad 21 Encuentre la amplitud, el periodo y el desplazamiento de fase y trace la gráfica de la ecuación.

a) $y = sen \left(x - \frac{\pi}{2} \right)$

b) $y = 3 \, sen \left(x + \frac{\pi}{6} \right)$

c) $y = cos \left(x + \frac{\pi}{3} \right)$

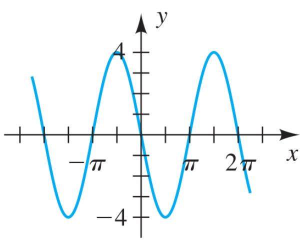
d) $y = 4 \, cos \left(x - \frac{\pi}{4} \right)$

e) $y = sen \, (2x - \pi) + 1$

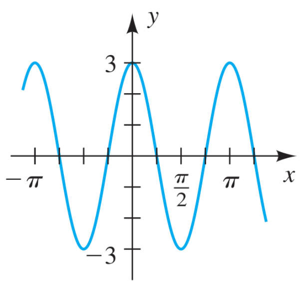
f) $y = -cos \, (6x + \pi) - 2$

Actividad 22 La gráfica de una ecuación se muestra en la figura. **(a)** Encuentre la amplitud, el periodo y desplazamiento de fase. **(b)** Escriba la ecuación en la forma $y = a \, sen \, (bx + c)$ para $a > 0$, $b > 0$ y el mínimo número real positivo c.

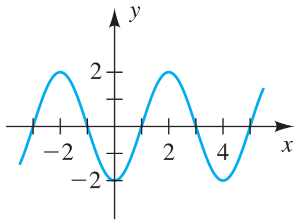
a)



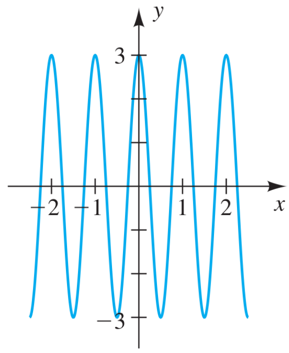
b)



c)

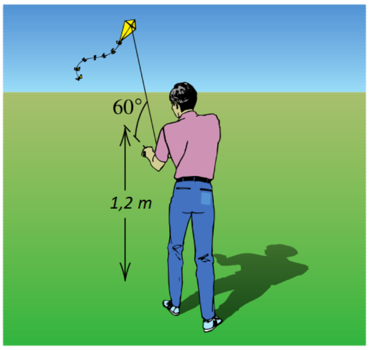


d)



Problemas de aplicación

Actividad 23 **Altura de una cometa** Una persona que hace volar una cometa sostiene la cuerda 1,2 metros arriba del nivel del suelo. La cuerda de la cometa está tensa y forma un ángulo de $60°$ con la horizontal (vea la figura). Calcule la altura de la cometa arriba del nivel del suelo si se dan 152 metros de cuerda.

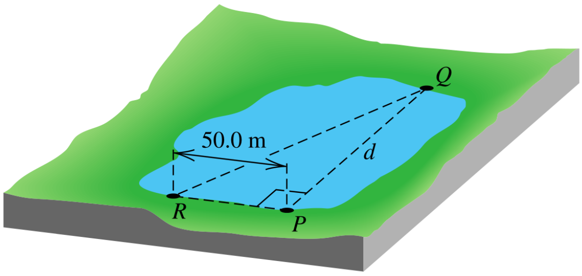


Actividad 24 **Topografía** Desde un punto a 15 metros sobre el nivel del suelo, un topógrafo mide el ángulo de depresión de un objeto en el suelo a $68°$. Calcule la distancia desde el objeto al punto en el suelo directamente abajo del topógrafo.

Actividad 25 **Aterrizaje de un avión** Un piloto, que vuela a una altitud de 1500 m, desea aproximarse a los números de una pista a un ángulo de $10°$. Calcule, a los 305 m más cercanos, la distancia desde el avión hasta los números al principio del descenso.

Actividad 26 **Antena de radio** Un cable está unido a la cima de una antena de radio y a un punto en el suelo horizontal que está a 40 metros de la base de la antena. Si el cable forma un ángulo de $58°20'$, con el suelo, calcule la longitud del cable.

Actividad 27 **Topografía** Para hallar la distancia d entre dos puntos P y Q en las orillas opuestas de un lago, un topógrafo localiza un punto R que está a 50 metros de P de manera que RP es perpendicular a PQ, como se ve en la figura. A continuación, usando un teodolito, el topógrafo mide el ángulo $P\hat{R}Q$ que resulta ser de $72°40'$.

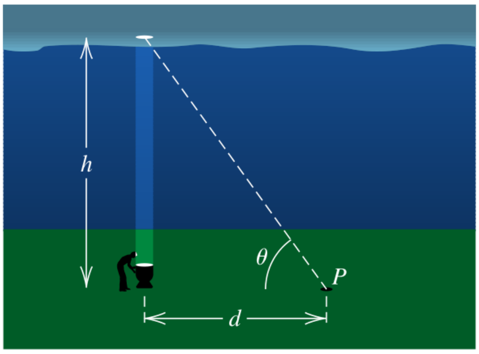


Encuentre d.

Actividad 28 **Cálculos meteorológicos** Para medir la altura h de una capa de nubes, un estudiante de meteorología dirige un proyector de luz directamente hacia arriba desde el suelo. Desde un punto P en el nivel del suelo que está a d metros del proyector de luz, el ángulo de elevaciónθ de la imagen de la luz en las nubes se mide entonces (vea la figura).

a) Exprese h en términos de d y θ.

b) Calcular h si $d = 100m$ y $\theta = 59°$.



Actividad 29 **Altitud de un cohete** Un cohete es disparado al nivel del mar y asciende a un ángulo constante de $75°$ toda una distancia de 3050 metros. Calcule su altitud al pie más cercano.

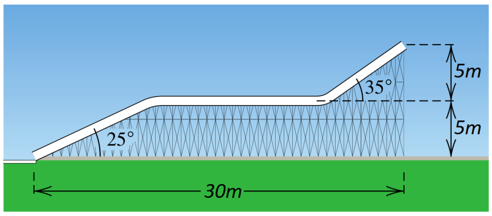
Actividad 30 **Despegue de un avión** Un avión despega a un ángulo de $10°$ y vuela a razón de 76 m/s. ¿Aproximadamente cuánto tarda el avión en alcanzar una altitud de 4000 metros?
Rta:5,76 min

Actividad 31 Diseño de un puente levadizo Un puente levadizo mide 46 metros de largo cuando se tiende de un lado a otro de un río. Como se ve en la figura, las dos secciones del puente se pueden girar hacia arriba un ángulo de $35°$.

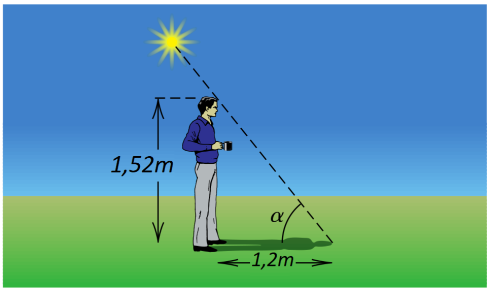
a) Si el nivel del agua está 4,5 m abajo del puente cerrado, encuentre la distancia d entre el extremo de una sección y el nivel del agua cuando el puente está abierto por completo. **Rta: 18 m**

Actividad 32 ¿Cuál es la separación aproximada de los extremos de las dos secciones cuando el puente está abierto por completo, como se ve en la figura? **Rta: 2 m**

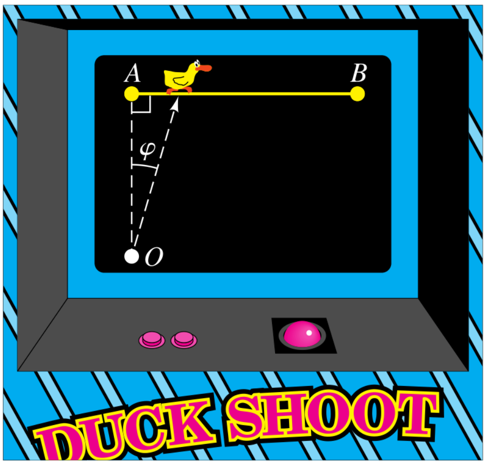
Actividad 33 **Diseño de un tobogán acuático** En la figura se muestra parte de un diseño para un tobogán acuático. Encuentre la longitud total del tobogán al pie más cercano.



Actividad 34 Elevación del sol Calcule el ángulo de elevación a del sol si una persona que mide 1,52 metros de estatura proyecta una sombra de 1,2 metros de largo en el suelo (vea la figura).



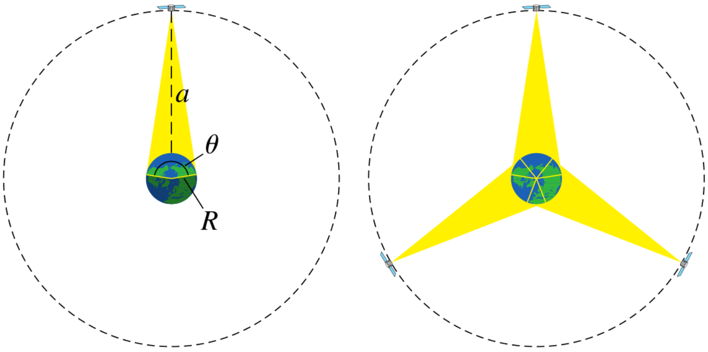
Actividad 35 **Juego de video** En la figura se muestra la pantalla de un juego de video sencillo en el que unos patos se mueven de A a B a una velocidad de 7 cm/s. Balas disparadas desde el punto O se mueven a 25 cm/s. Si un jugador dispara tan pronto como aparece un pato en A, ¿a qué ángulo ϕ debe apuntar el arma para acertar en el blanco?



Actividad 36 **Satélite de comunicaciones** En la parte izquierda de la figura se muestra un satélite de comunicaciones con una órbita ecuatorial, es decir, una órbita casi circular en el plano determinado por el ecuador de la Tierra. Si el satélite describe círculos alrededor de la Tierra a una altitud $a = 35936km$, su rapidez es igual que la rapidez rotacional de la Tierra; para un observador en el ecuador, el satélite parece estar estacionario, es decir, su órbita es sincrónica.

a) Usando $R = 6400km$ para el radio de la Tierra, determine el porcentaje del ecuador que está dentro del alcance de señal de este satélite. Rta:$45\,\%$

b) Como se ve en la parte derecha de la figura, tres satélites están igualmente espaciados en órbitas ecuatoriales sincrónicas. Utilice el valor de θobtenido en el inciso **(a)** para explicar por qué todos los puntos en el ecuador están dentro del alcance de señal de al menos uno de los tres satélites.



Guia 6:Trigonometría Analítica

Ecuaciones Trigonométricas

Actividad 1 Hallar todas las soluciones de la ecuación.

a) $sen\, x = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

b) $tan\, \theta = \sqrt{3}$

c) $sec\, \beta = 2$

d) $sen\, x = \dfrac{\pi}{2}$

e) $cos\, \theta = \dfrac{1}{sec\, \theta}$

f) $2\, cos(2\theta) - \sqrt{3} = 0$

g) $\sqrt{3}\, tan \dfrac{1}{3} t = 1$

h) $sen^2\, \theta + sen\, \theta - 6 = 0$

Actividad 2 Hallar las soluciones de la ecuación en el intervalo $[0°, 360°)$.

a) $cos\, x + 1 = 2\, \mathrm{sen}^2\, x$

b) $2\, cos^2\gamma = +cos\gamma = 0$

c) $sen^2\mu + sen\mu - 6 = 0$

d) $sen^2 t - 4\, sent + 1 = 0$

e) $cos^2 t - 4\, cost + 2 = 0$

f) $2\, tan^2 x - 3\, tanx + 2 = 0$

g) $12\, cos^2 u - 5\, senu - 2 = 0$

h) $5\, cos^2\alpha + 3\, cos\alpha - 2 = 0$

Actividad 3 **Hallar la corriente mínima en un circuito eléctrico** La corriente I (en amperes) en un circuito de corriente alterna en el tiempo t (en segundos) está dada por

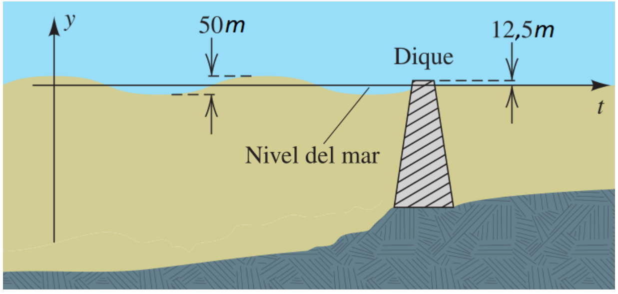
$$I = 30\, sen\left(50\pi t - \frac{7\pi}{3}\right)$$

Encuentre el mínimo valor exacto de t para el cual $I = 15$.

Actividad 4 **Olas de mareas** Una ola de marea, de 50 m de altura y periodo de 30 minutos, se aproxima a un dique que está a 12,5 m sobre el nivel del mar (vea la figura). Desde un punto particular en la orilla, la distancia y del nivel del mar a la cresta de la ola está dada por

$$y = 25\, cos\, \frac{\pi}{15} t$$

con t en minutos. ¿Durante aproximadamente cuántos minutos de cada periodo de 30 minutos está la cresta de la ola arriba del nivel de la cima del dique?



Actividad 5 **Temperatura en Fairbanks** La temperatura T baja (en $^{\circ}F$) esperada en Fairbanks, Alaska, se puede aproximar con

$$T = 36\, sen\left[\frac{2\pi}{365}(t-101)\right] + 14$$

donde t está en días, con $t = 0$ correspondiente al 1 de enero. ¿Cuántos días durante el año se espera que la temperatura baja sea menor que $-4^{\circ}F$?.

Actividad 6 **Intensidad de luz diurna** En un día despejado con D horas de luz diurna, la intensidad de la luz diurna I (en calorías/cm^2) puede aproximarse con $I = I_M sen^3 \frac{\pi t}{D}$ para $0 \leq t \leq D$,

donde $t = 0$ corresponde al amanecer e I_M es la máxima intensidad. Si $D = 12$,¿aproximadamente cuántas horas después del amanecer es $I = \frac{1}{2} I_M$?

Actividad 7 **Intensidad de luz diurna** Consulte el ejercicio **5**. En días nublados, un mejor cálculo de la intensidad I solar está dado por

$$I = I_M\, sen^2\, \frac{\pi t}{D}$$

Si $D = 12$, ¿cuántas horas después del amanecer es $I = \frac{1}{2} I_M$?.

Actividad 8 Protección contra luz diurna Consulte los ejercicios 5 y 6 . Un dermatólogo recomienda protegerse del sol cuando la intensidad I sea mayor que 75 % de la intensidad máxima. Si $D = 12$ horas, aproxime el número de horas para las que se requiere protección en

a) un día despejado.
b) un día nublado.

Actividad 9 Exprese como cofunción de un ángulo complementario.

a) $sen\ 15^{\circ}20'$
b) $tan\ \frac{\pi}{6}$
c) $tan\ 37^{\circ}50'$
d) $cos\ \frac{\pi}{3}$
e) $cos\ \frac{\pi}{8}$
f) $cot\ 61,87^{\circ}$

Actividad 10 Exprese como una función trigonométrica de un ángulo

a) $cos\ 70° \ cos\ 53° + sen\ 70° \ sen\ 53°$

b) $cos\ 6° \ cos\ 25° - sen\ 6° \ sen\ 25°$

c) $sen\ 57° \ cos\ 4° + cos\ 57° \ sen\ 4°$

d) $cos\ 3\ sen(-2) - cos\ 2\ sen\ 3$

Actividad 11 Utilice las condiciones dadas para encontrar el valor exacto de la expresión

a) $sen\ \alpha = -\frac{5}{13}$, $tan\ \alpha > 0$, $sen\ \left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right)$

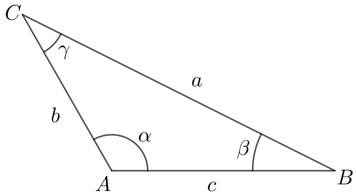
b) $cos\ \alpha = \frac{24}{25}$, $sen\ \alpha < 0$, $cos\ \left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)$

c) $sec\ x = 3$, $csc\ \alpha < 0$, $cos\ \left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

d) $tan\ x = \frac{24}{25}$, $sec\ x > 0$, $sen\ \left(x + \frac{1}{6}\right)$

Teorema del seno y coseno

Actividad 12 Dado el triángulo $\triangle ABC$



Resuelva el $\triangle ABC$.

a) $\alpha = 52°$, $\gamma = 65°$, $a = 23,7$

b) $\beta = 25°$, $\gamma = 41°$, $b = 170$

c) $\alpha = 27°40'$, $\beta = 52°10'$, $a = 32,4$

d) $\beta = 50°50'$, $\gamma = 70°30'$, $a = 537$

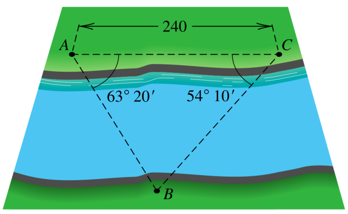
e) $\alpha = 42°10'$, $\gamma = 61°20'$, $a = 19,7$

f) $\beta = 113°10'$, $b = 248$, $c = 195$

g) $\alpha = 47°20'$, $a = 86,3$, $b = 77,7$

h) $\beta = 121°6'$, $b = 0,283$, $c = 0,178$

Actividad 13 **Topografía** Para hallar la distancia entre dos puntos A y B que se encuentran en márgenes opuestas de un río, un topógrafo traza un segmento de recta AC de 240 metros de longitud a lo largo de una de las márgenes y determina que las medidas de los ángulos $B\hat{A}C$ y $A\hat{C}B$ son $63°20'$ y $54°10'$, respectivamente (vea la figura). Calcule la distancia entre A y B.

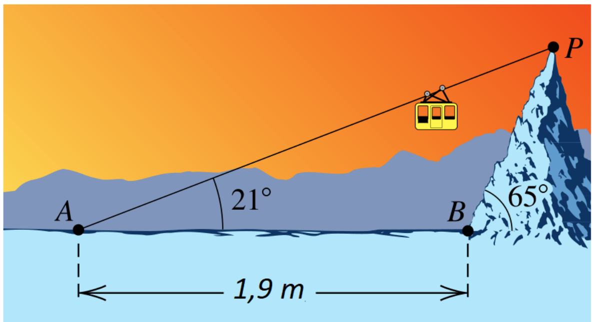


Actividad 14 **Topografía** Para determinar la distancia entre dos puntos A y B, un topógrafo selecciona un punto C que está a 375 metros de A y 530 metros de B. Si $B\hat{A}C$ mide $49°30'$, calcule la distancia entre A y B.

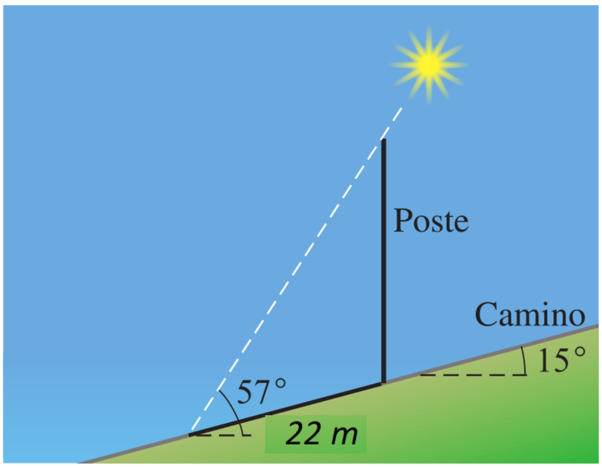
Actividad 15 **Ruta de un funicular** Como se ilustra en la figura de la página siguiente, un funicular lleva pasajeros de un punto A, que está a 1,9 km de un punto B en la base de una montaña, a un punto P en la cima de la montaña. Los ángulos de elevación de P desde A y B son $21°$ y $65°$, respectivamente.

a) Calcule la distancia entre A y P.

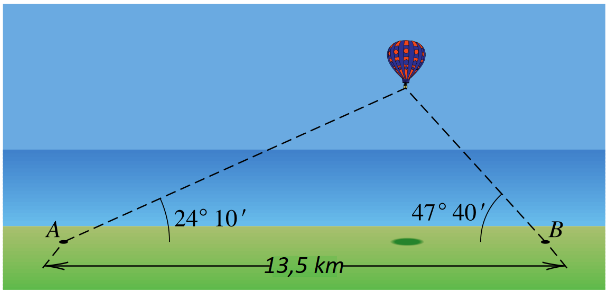
b) Calcule la altura de la montaña.



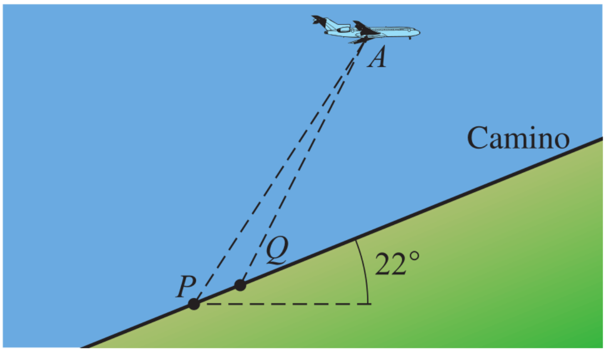
Actividad 16 **Longitud de una sombra** Un camino recto forma un ángulo de $15°$ con la horizontal. Cuando el ángulo de elevación del sol es $57°$, un poste vertical al lado del camino proyecta una sombra de 22 m de largo directamente en el camino, como se muestra en la figura. Calcule la longitud del poste.



Actividad 17 **Altura de un globo** de aire caliente Los ángulos de elevación de un globo desde dos puntos A y B al nivel del suelo son $24°10'$ y $47°40'$, respectivamente. Como se muestra en la figura, los puntos A y B están a 13,5 km entre sí y el globo está entre los puntos, en el mismo plano vertical. Calcule la altura del globo sobre el suelo.



Actividad 18 **Distancia a un avión** Un camino recto forma un ángulo de $22°$ con la horizontal. Desde un cierto punto P en el camino, el ángulo de elevación de un avión en el punto A es $57°$. En el mismo instante, desde otro punto Q, a 100 metros más arriba en el camino, el ángulo de elevación es $63°$. Como se indica en la figura, los puntos P, Q y A se encuentran en el mismo plano vertical. Calcule la distancia de P al avión.

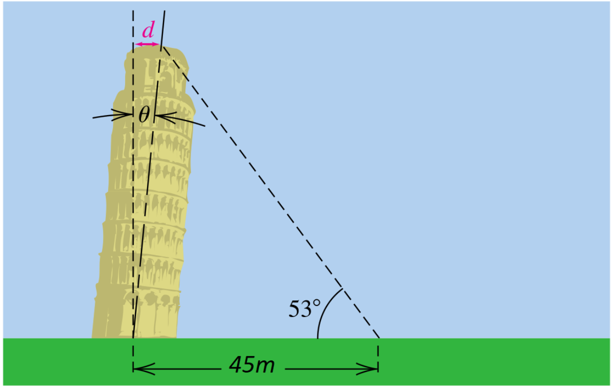


Actividad 19 **Avistar un incendio** forestal Un guardabosque que se encuentra en un punto de observación A avista un incendio en la dirección $N27°10'E$. Otro guardabosque que está en un punto de observación B, a 6 km al este de A avista el mismo incendio en $N52°40'O$. Calcule la distancia desde cada uno de los puntos de observación al incendio.

Actividad 20 **La torre inclinada de Pisa** La torre inclinada de Pisa estaba originalmente perpendicular al suelo y tenía 55 metros de altura. Debido al hundimiento de la tierra, ahora está inclinada a un cierto ángulo θ con respecto a la perpendicular, como se ve en la figura. Cuando la cima de la torre se ve desde un punto a 45 m del centro de su base, el ángulo de elevación es $53°$.

a) Calcule el ángulo θ.

b) Calcule la distancia d que el centro de la cima de la torre se ha movido de la perpendicular.



Actividad 21 **Dimensiones de un terreno triangular** El ángulo en una esquina de un terreno triangular es $73°40'$ y los lados que coinciden en esta esquina miden 175 m y 150 m de largo. Calcule la longitud del tercer lado.

Actividad 22 **Topografía** Para hallar la distancia entre dos puntos A y B, un topógrafo selecciona un punto C que está a 420 m de A y a 540 m de B. Si el ángulo $A\hat{C}B$ mide $63°10$,calcule la distancia entre A y B.

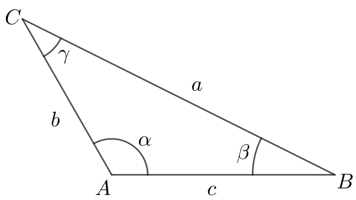
Actividad 23 **Distancia entre automóviles** Dos automóviles salen de una ciudad al mismo tiempo y viajan a lo largo de carreteras rectas que difieren en dirección por 84°. Si sus velocidades son 60 km/h y 45 km/h, respectivamente, ¿aproximadamente a qué distancia están uno de otro al término de 20 minutos?

Actividad 24 **Ángulos de un terreno triangular** Un terrero triangular tiene lados de longitudes 420 m , 350 m y 180 m. Calcule el mínimo ángulo entre los lados.

Actividad 25 **Distancia entre barcos** Un barco sale de puerto a la 1:00 p.m. y navega al $S35°E$ a una velocidad de 24 km/h. Otro barco sale del mismo puerto a la 1:30 p.m. y navega al $S20°O$ a 18 km/h. ¿Aproximadamente a qué distancia están uno del otro a las 3:00 p.m.?

Teorema Herón

Actividad 26 Calcule el área del triángulo $\triangle ABC$.



a) $\alpha = 60°$, $b = 20$, $c = 30$.

b) $a = 200$, $b = 152$, $c = 120$.

c) $\gamma = 45°$, $b = 10$, $c = 15$.

d) $\alpha = 43°$, $\beta = 62°$, $b = 5,65$.

e) $a = 60$, $b = 80$, $c = 45$.

f) $\beta = 60°$, $b = 125$, $c = 100$.

Actividad 27 hallar el área del paralelogramo.