Act.11 Calcular el ángulo central de los siguientes polígonos regulares.

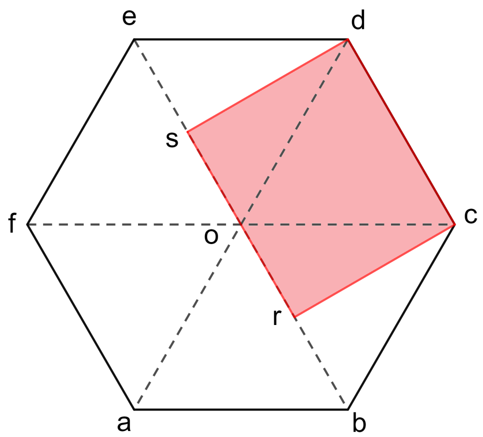
a) Octógono regular b) Decágono regular c) Icoságono regular

Act.12 En un polígono regular, ¿El ángulo central es igual al ángulo exterior?

Act.13 Construir los siguientes polígonos regulares.

a) Triángulo
b) Cuadrado
c) Pentágono
d) Hexagono
e) Heptágono
f) Octógono
g) Noneágono
h) Decágono
i) Undecágono
j) Dodecágono

Act.14 Calcular el área y el perímetro de un triángulo equilátero inscripto en una circunferencia de 10 dm de radio.



Act.15

$abcdef$ hexágono regular.
r punto medio de $\overline{ob}$
s punto medio de $\overline{oe}$
$R = 6$ cm (radio)
Calcular: área $rcds$

Act.16 Demostrar que en todo polígono regular el ángulo central y el ángulo interior son suplementario.

Act.17 El lado de un cuadrado es de $3\sqrt{2}$. Calcular el radio.

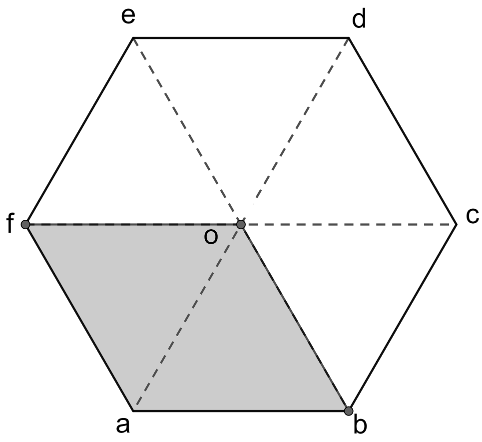
Act.18 Calcular el área y el perímetro de un cuadrado de 8 cm de radio.

Act.19 Calcular el área de un hexágono de 2 cm de lado.

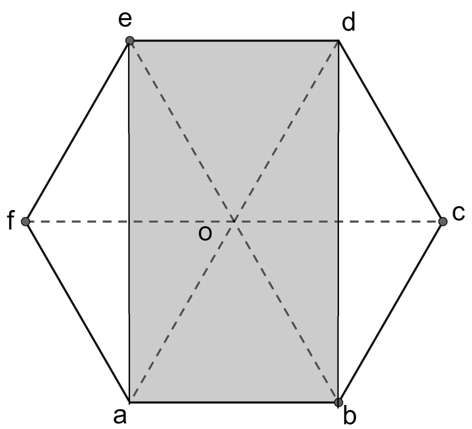
Act.20 El área de un hexágono es de $\frac{8\sqrt{3}}{3}$. Calcular el perímetro.

Act.21 El lado del hexágono es de $L = 10$cm. Calcular el área de la sombra en cada caso.

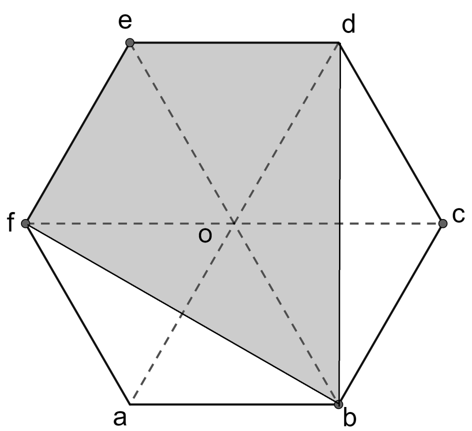
a)



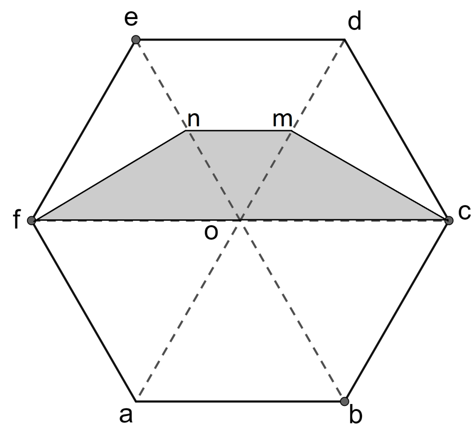
b)



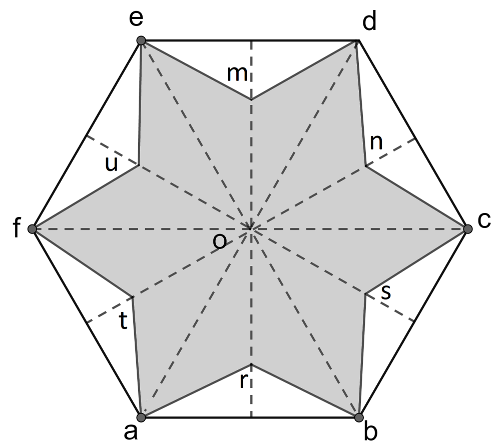
c)



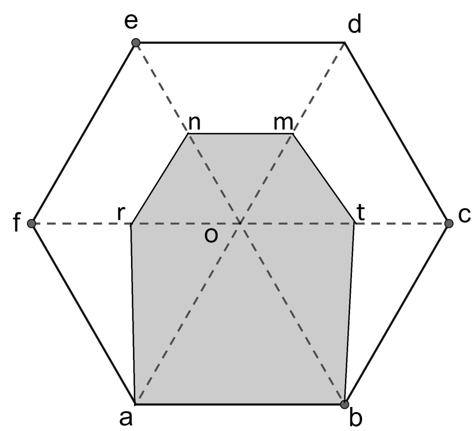
d) n ,m muntos medios



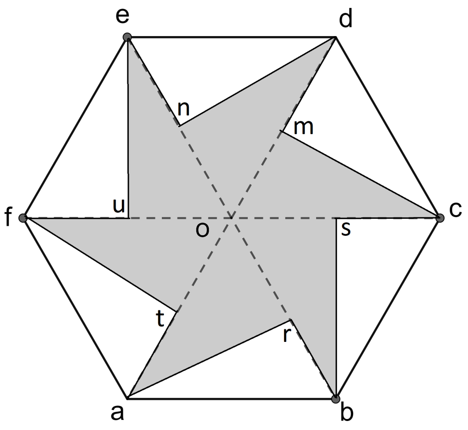
e) u,m,n,s,r,t baricentros



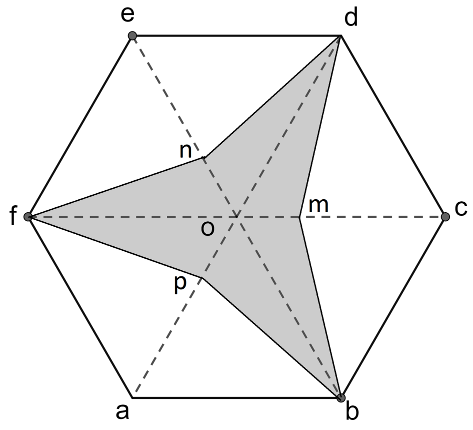
f) r,n,m,t puntos medios



g) u,n,m,s,r,t puntos medios



h) $\overline{on} = \frac{1}{4}R$, $\overline{om} = \frac{1}{4}R$, $op = \frac{1}{4}R$



Guia 7:Movimientos en el plano

Movimientos en el Plano

Act.1 Simplifica las siguientes expresiones:

a) $T_1 \circ T_2 \circ T_1^{-1} =$

b) $T \circ I \circ T^{-1} =$

Act.2 Indica si cada expresión es V o F:

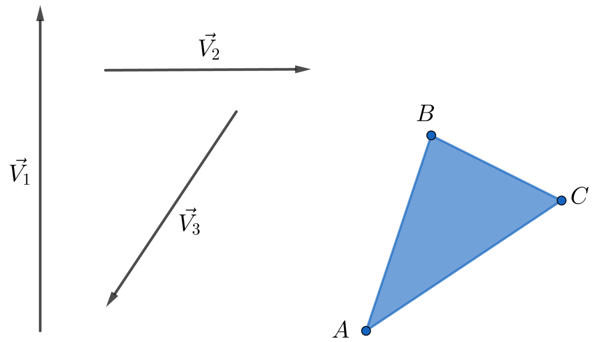
a) $T^{-1} \circ T^{-1} = I$

b) $(T^{-1})^{-1} = I$

c) $T^{-1} \circ T^{-1} = T$

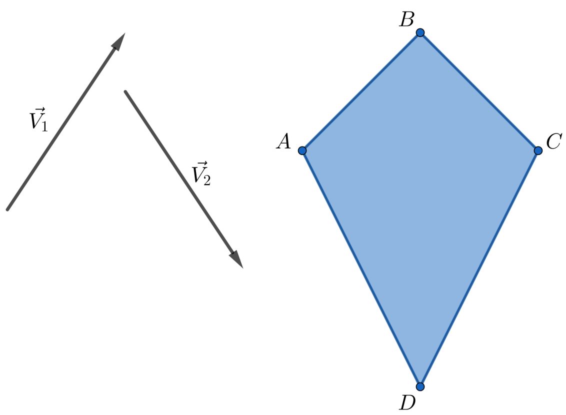
d) $(T^{-1})^{-1} = T$

Act.3 Aplica el triángulo $\overset{\triangle}{ABC}$ la composición de traslaciones $T_{\vec{V_1}} \circ T_{\vec{V_2}} \circ T_{\vec{V_3}}$

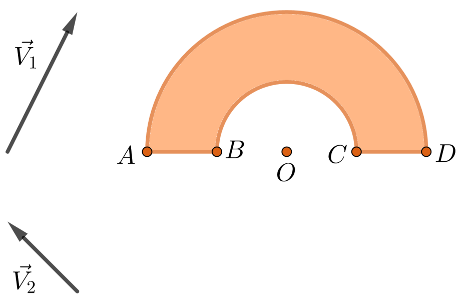


Act.4 Aplica a las siguientes figuras la composición de traslaciones $T_{\vec{V_1}} \circ T_{\vec{V_2}}$

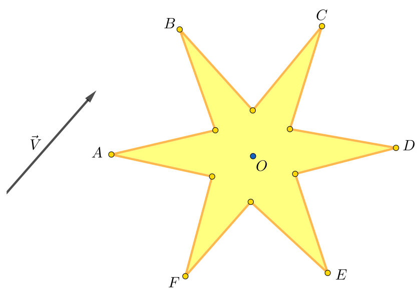
a)



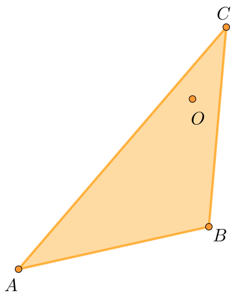
b)



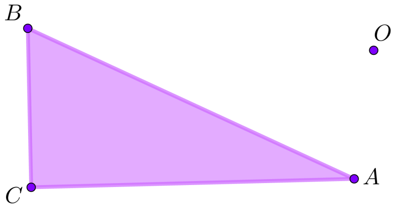
Act.5 Aplica a la siguiente figura la traslación $T_{\vec{V}_1}$.



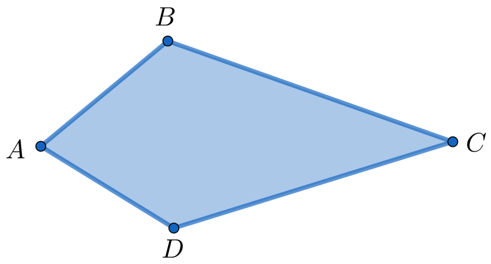
Act.6 Aplica a la siguiente figura una simetría central en O.



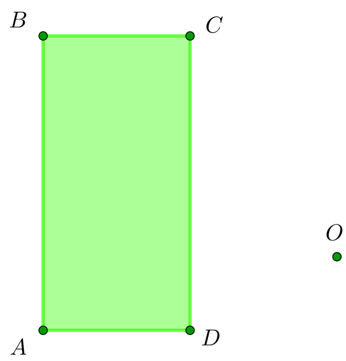
Act.7 Aplica a la siguiente figura una simetría central en O.



Act.8 Aplica a la siguiente figura una simetría central en D.

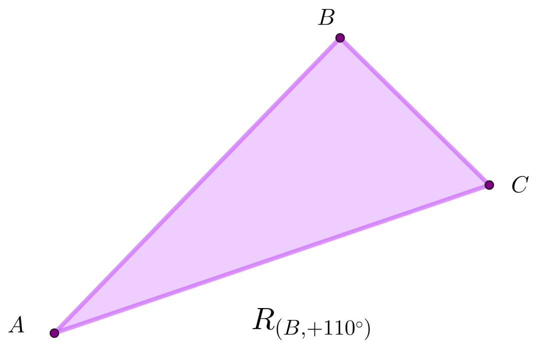


Act.9 Aplica el movimiento indicado.

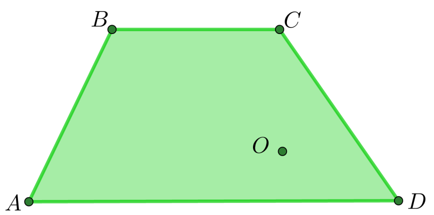


$R_{(O,-90^\circ)}$

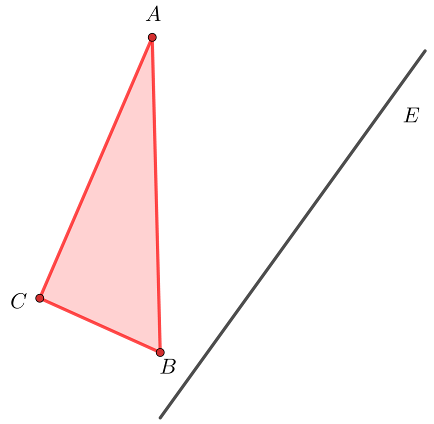
Act.10 Aplica el movimiento indicado.



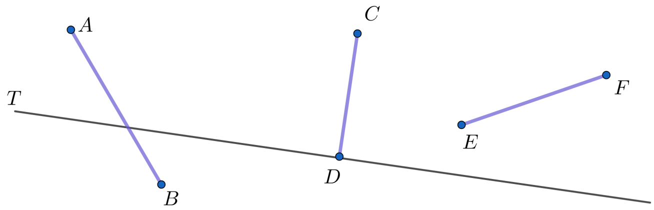
Act.11 Aplica $R(O,+45°) \circ R(O,+135°)$.



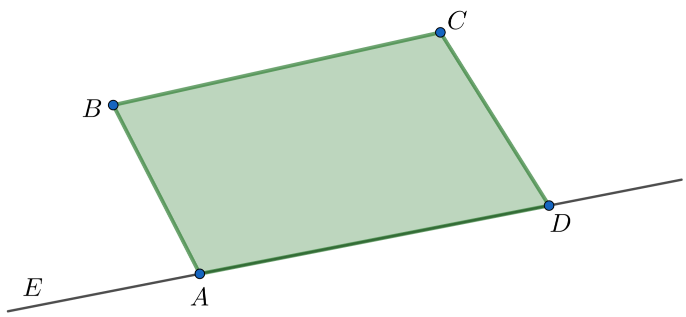
Act.12 Aplica el movimiento indicado.



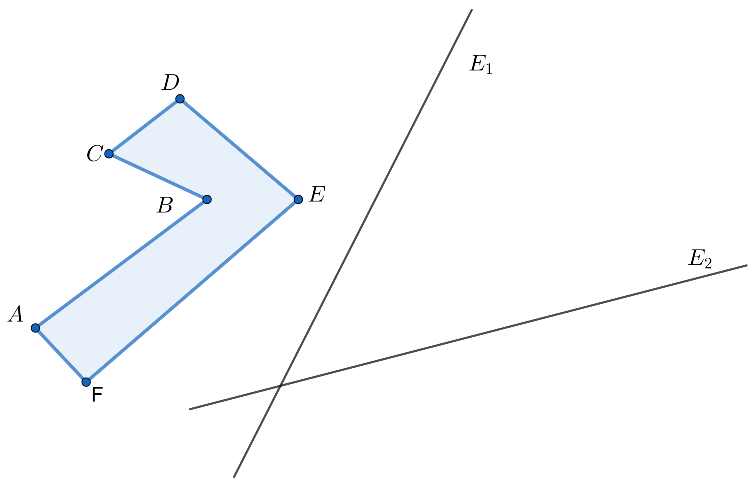
Act.13 Aplica S_T a cada segmento.



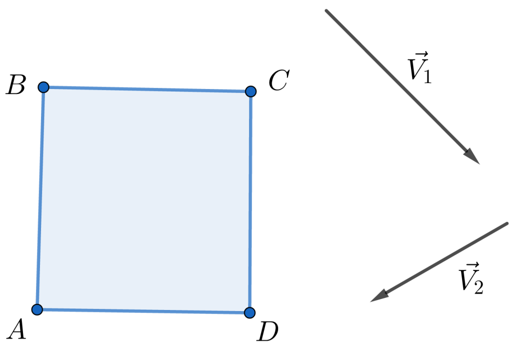
Act.14 Aplica una $S_E \circ T_{(\vec{AB})}$.



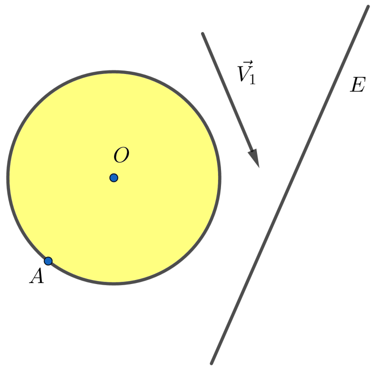
Act.15 Aplica el movimiento indicado.



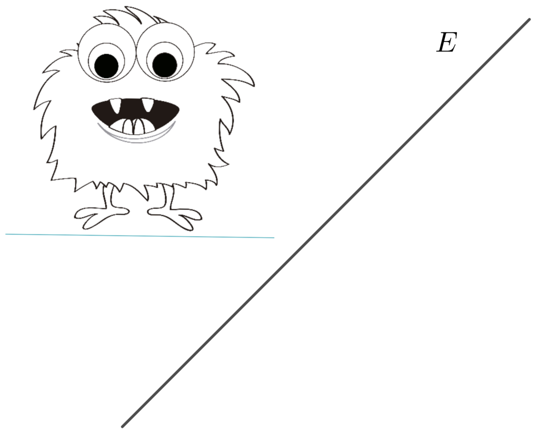
Act.16 Aplica el movimiento indicado.



Act.17 Comprueba si $S_E \circ T_{V_1} = T_{V_1} \circ S_E$.



Act.18 Aplica una S_E aproximada a la figura.

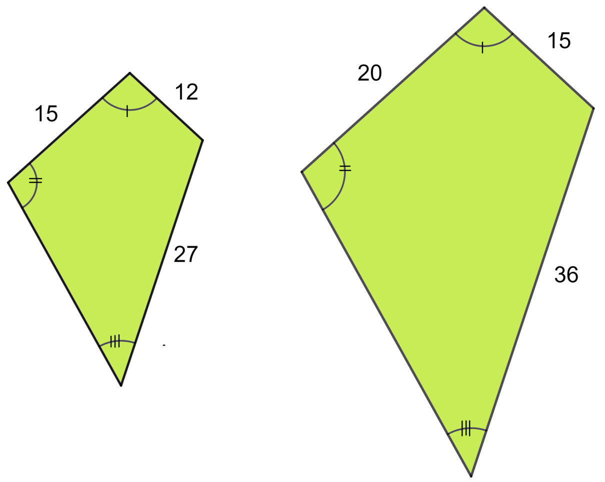


Guia 8:Semejanza de Polígono y Homotecias

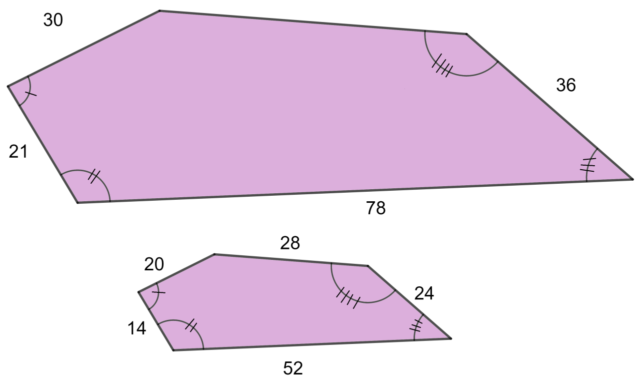
Semejanza de Polígono y Homotecias

Act.1 Determinar, en cada caso, si son semejantes los polígonos de la figura. Todas las medidas están en cm.

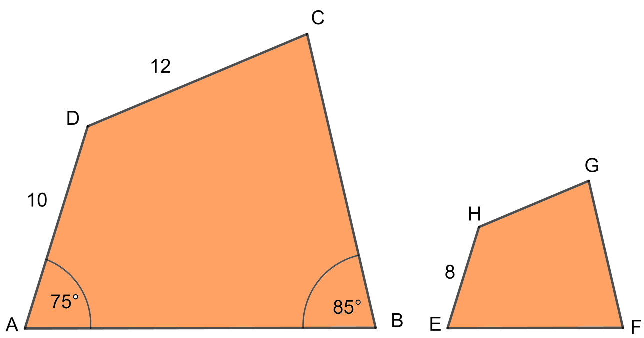
a)



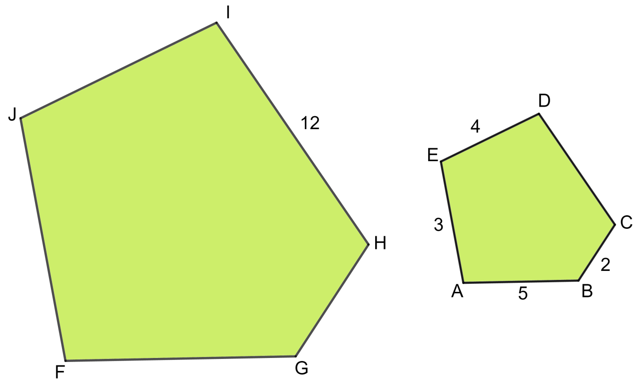
b)



Act.2 Sabiendo que $ABCD \sim EFGH$, hallar la medida del lado GH y la del ángulo F.



Act.3 $ABCDE \sim FGHIJ$. Calcular: FJ , FG , GH y el perímetro de $ABCDE$.



Act.4 Dibujar:

a) Un rectángulo $ABCD$ de lados 5 cm y 4 cm y un rectángulo $A'B'C'D'$, semejante al primero, con razón de semejanza $\frac{1}{2}$.

b) Un paralelogramo $EFGH$ con $EF = 3$ cm , $FG = 4,5$ cm y $\hat{F} = 60°$ y otro paralelogramo $E'F'G'H'$, semejante al primero, con razón de semejanza $\frac{2}{3}$.

c) Un Rombo $PQRS$ de 3 cm de lado y $\hat{P} = 70°$ y otro rombo $P'Q'R'S'$, semejante al primero, con razón de semejanza $\frac{4}{3}$.

d) Un trapecio isósceles de base mayor 5 cm, lado igual de 3 cm y ángulo adyacente a la base mayor de 65° y otro trapecio, semejante al primero, con razón de semejanza 1,5.

e) Un cuadrilátero $TUVX$ con: $TU = 3$ cm , $UV = 3,5$ cm , $VX = 4$cm, $\hat{U} = 80°$ y $\hat{V} = 110°$ y otro cuadrilátero $T'U'V'X'$, semejante al primero, con $U'V' = 7$ cm.

f) Un hexágono $ABCDEF$ con lados, todos igual entre sí de 3 cm, $\hat{A} = \hat{D} = 80°$ y $\hat{B} = \hat{C} = \hat{E} = \hat{F} = 140°$ y otro $A'B'C'D'E'F'$, semejante al primero con lados de 4 cm.

Act.5 Dibuja:

a) dos pentagonos regulares con razón de semejanza 1,5;

b) dos octogonos regulares con razón de semejanza 0,5;

Act.6 Dos hexágonos regulares tienen razones de semejanza 2.¿Cuál es la razón de semejanza entre:

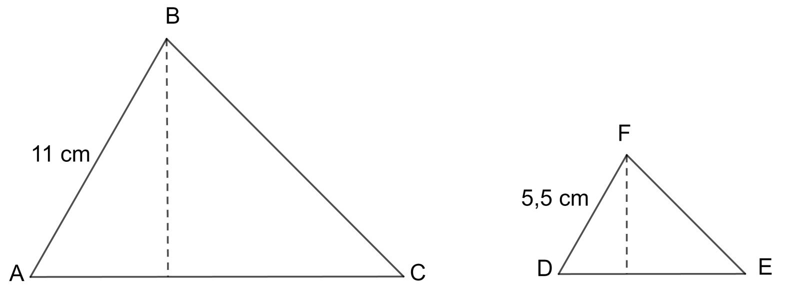
a) las apotemas?

b) los radios?

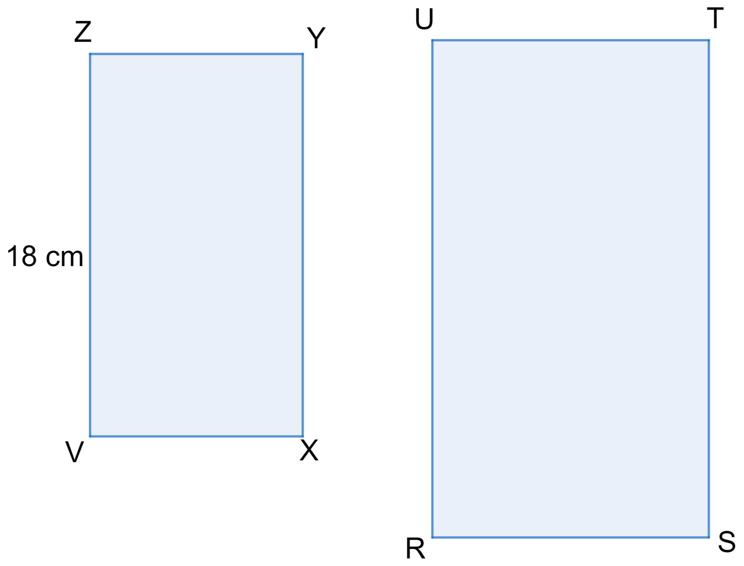
Act.7 El triángulo ABC tiene 24 cm de perímetro y AB de 8 cm. El triángulo DEF es semejante al $\overset{\triangle}{ABC}$ y tiene 42 cm de perímetro.¿ Cuál es la longitud DE?

Act.8 El trapecio $MNOP$ tiene base menor 8 cm, lados iguales de 6 cm y 30 cm de perímetro, es semejante a un trapecio $RSTU$ con base mayor de 15 cm. ¿ Cuál es el perímetro del $RSTU$?.

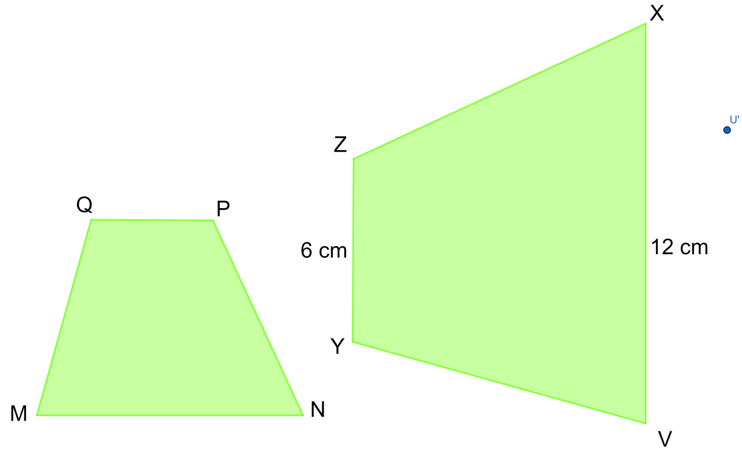
Act.9 $\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{DEF}$. Área $\overset{\triangle}{ABC}$ = 60 cm^2. ¿Área $\overset{\triangle}{DEF}$=?.



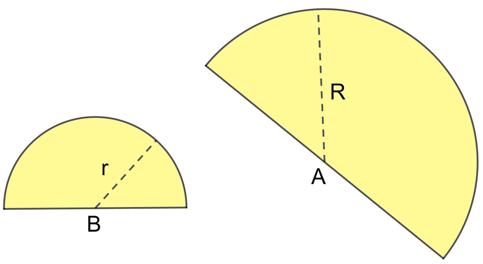
Act.10 los rectángulos $RSTU$ y $VXYZ$ son semejantes. $\frac{Area\, RSTU}{Area\, VXZY} = \frac{16}{25}$. ¿$UR =$?.



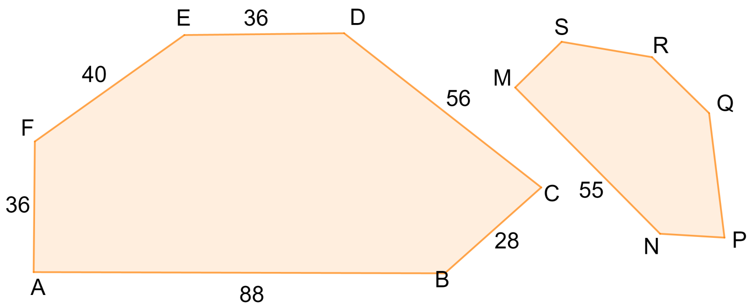
Act.11 Los trapecios $MNPQ$ y $VXYZ$ son semejantes. $\dfrac{Area\,MNPQ}{Area\,VXYZ} = \dfrac{9}{16}$. ¿$PQ$ =? y ¿MN =



Act.12 El área del semicírculo de centro A y radio R es de 75 $\pi\ cm^2$. El semicírculo de centro B tiene radio r. $\dfrac{r}{R} = \dfrac{3}{5}$. ¿Cuál es el área del semicírculo de centro B y radio r?.



Act.13 $ABCDEF \sim MNPQRS$. Hallar el perímetro de $MNPQRS$.

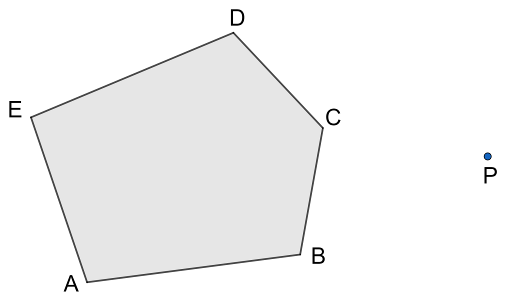


Act.14 Un rectángulo se dividió, trazando paralelas a uno de los lados, en 4 rectángulos congruentes entre si y semejantes al rectángulo original. ¿Cuál es la razón entre el lado corto y el lado largo del rectángulo original?.

Act.15 Hallar la imagen del pentágono $ABCDE$ por

a) la homotecia de centro P y razón 2.

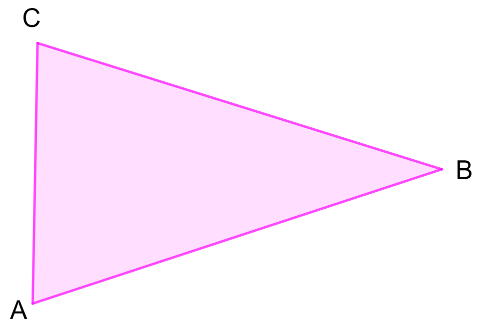
b) la hotecia de centro P y razón $\frac{1}{4}$.



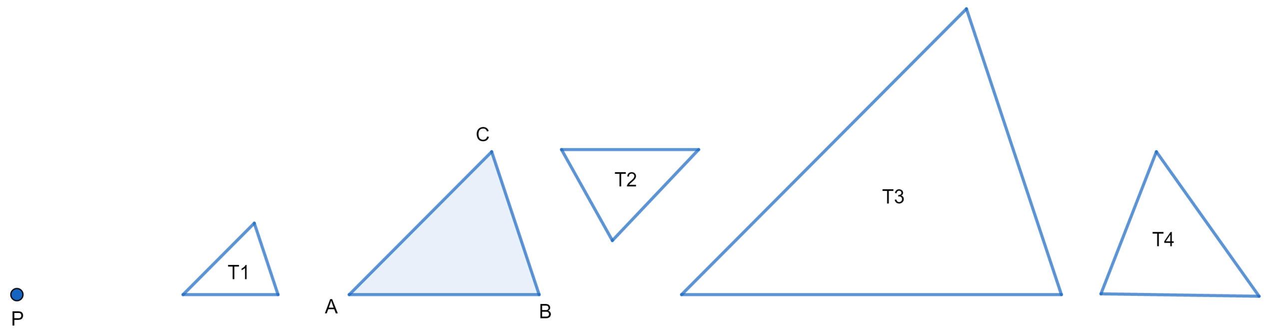
Act.16 Hallar la imagen del triángulo ABC por

a) la homotecia de centro A y razón 4.

b) la homotecia de centro B y razón $\frac{1}{2}$.

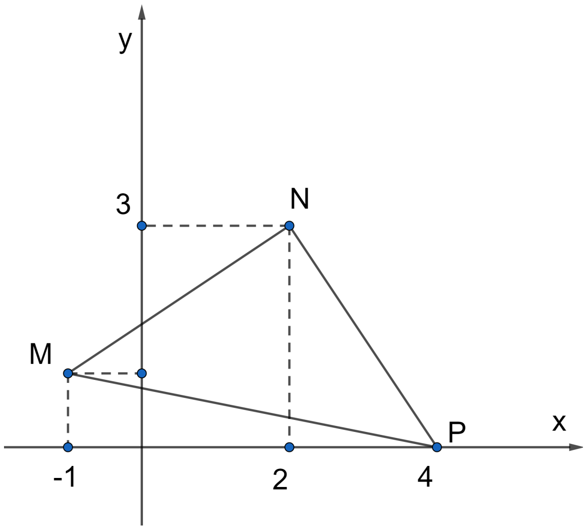


Act.17 Identificar cuáles de los siguientes triángulos no pueden ser imágenes del $\overset{\triangle}{ABC}$ por una homotecia de centro P.

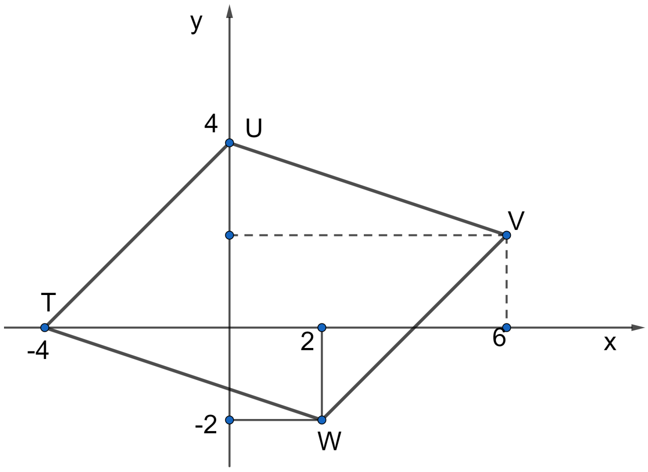


Act.18 Aplica cada figura la homotecia indicada.

a) $(x, y) \to (3x, 3y)$

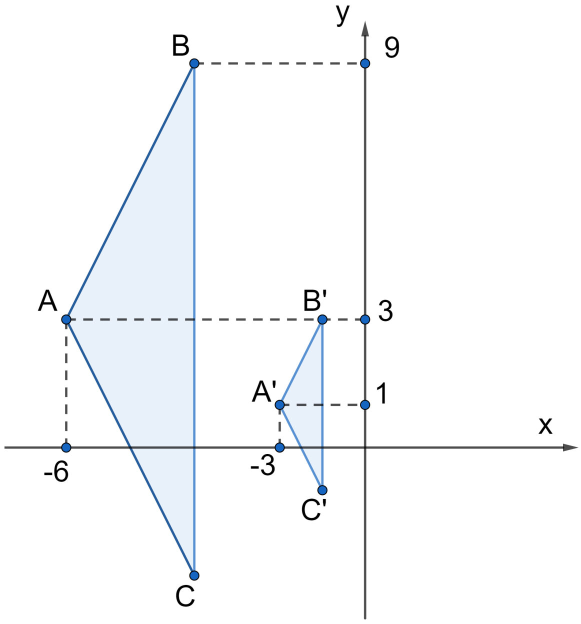


b) $(x, y) \to \left(\frac{1}{4}x, \frac{1}{4}y\right)$

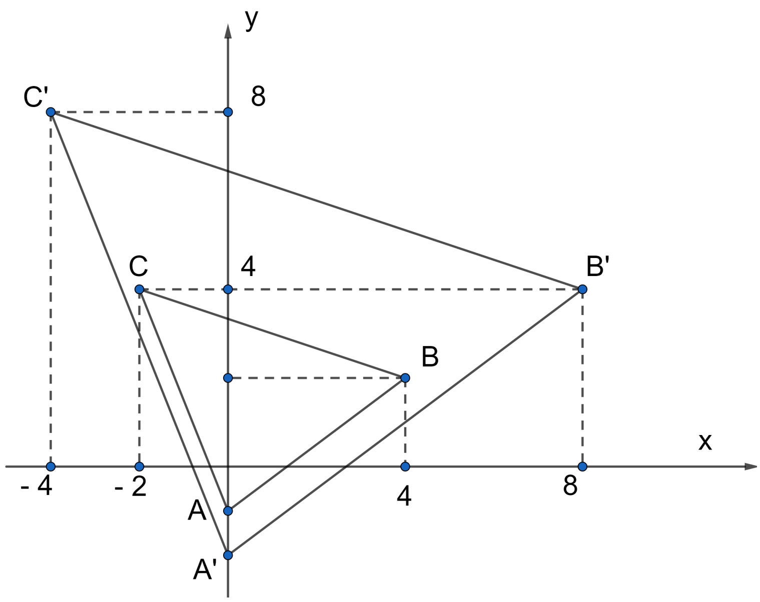


Act.19 En cada caso, los triángulos ABC y $A'B'C'$ son homotéticos de centro O. Determinar la razón de homotecia y expresa la transformación en coordenadas.

a)

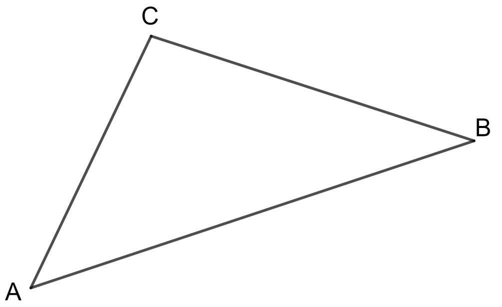


b)



Act.20 a) Hallar $A'\overset{\triangle}{B'}C'$, imagen del triángulo ABC por $H(A,2)$.

b) Hallar $A''\overset{\triangle}{B''}C''$, imagen del triángulo $A'B'C'$ por $H(A;0,5)$. ¿Qué observas?

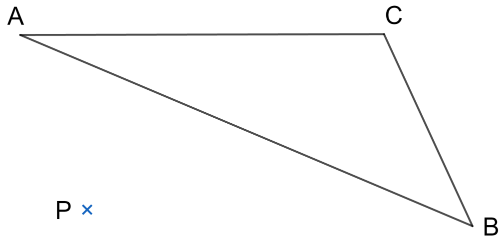


Act.21

a) Hallar $A'\overset{\triangle}{B'}C'$, imagen del triángulo ABC por $H(P,2)$.

b) Hallar $A''\overset{\triangle}{B''}C''$, imagen del triángulo $A'B'C'$ por $H(P;1,5)$.

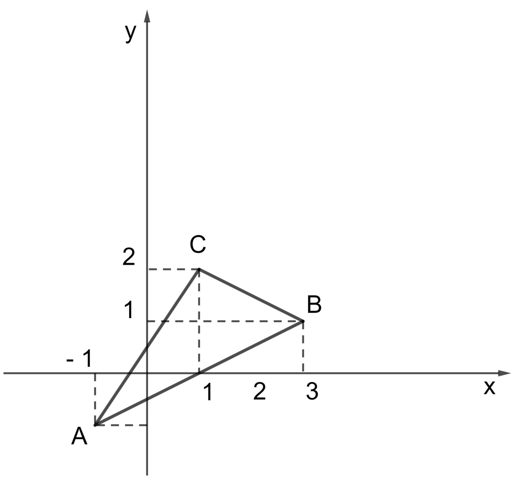
c) Hallar la imagen del triángulo ABC por $H(P,3)$. ¿Qué observas?



Act.22 a) Aplicar al $A\overset{\triangle}{B}C$ la homotecia $(x,y) \to (2,5x,2,5y)$.

b) Aplicar a la imagen de $A\overset{\triangle}{B}C$ por la homotecia de a), la homotecia $(x,y) \to (2x,2y)$.

c) Indicar la regla de una homotecia que exprese la transformación del $A\overset{\triangle}{B}C$ después de aplicar a) y b).



Act.23 Dibujar en el plano coordenados el cuadrilátero $ABCD$ y el punto P. $A=(-3,0)$; $B=(6,0)$; $C=(3,9)$; $D=(-6,6)$ y $P=(2,3)$.

a) Hallar la imagen de $ABCD$ por la homotecia de centro P y razón 2.

b) Hallar la imagen de $ABCD$ por la homotecia de centro P y razón $\frac{2}{3}$.

c) Comprueba que la transformación de a) puede expresarse:

$$(x, y) \to (2x + 2, 2y + 3) = (2x, 2y) + (2, 3)$$

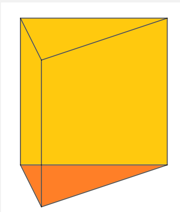
d) ¿Cómo puede expresarse la transformación de b)?.

Guia 9:Cuerpos y Volumen

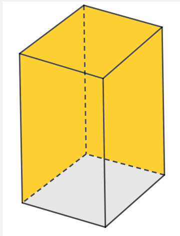
Cuerpos poliedros y redondos

Resumen

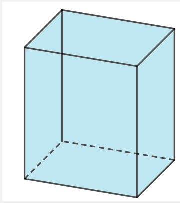
Los poliedros son cuerpos cuyas caras son polígonos y se clasifican en **prismas** y **pirámides**. Un prisma tiene polígonos paralelos e iguales como bases y las caras laterales son rectángulos.



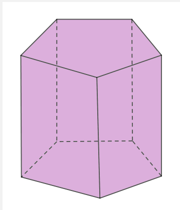
Prisma Triángular



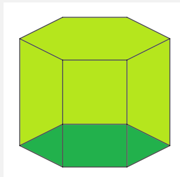
Prisma cuadrangular



Prisma rectángular

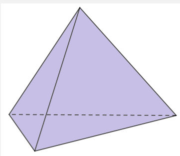


Prisma Pentagonal

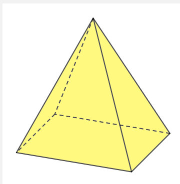


Prisma hexagonal

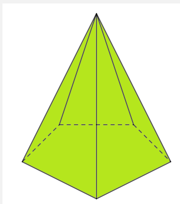
Una **pirámide** tiene un polígono regular como base y las caras laterales son triángulos isósceles iguales que concurren en un punto llamado cúspide.



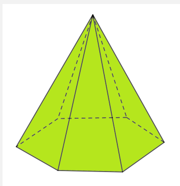
pirámide Triángular



pirámide cuadrangular

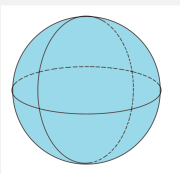


pirámide Pentagonal

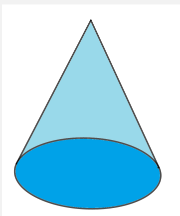


pirámide hexagonal

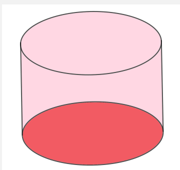
Los **Cuerpos redondos** tienen, al menos una cara no plana y pueden rodar en alguna posición.



Esfera



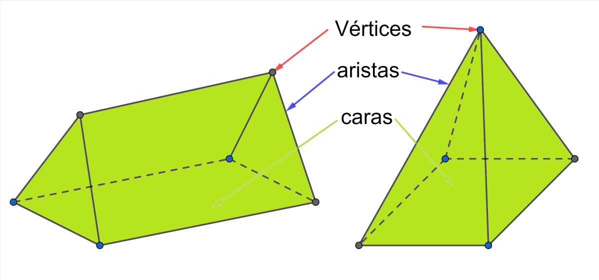
Cono



Cilindro

Resumen

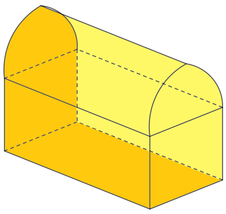
Los cuerpos poliedros tienen distintos elementos.

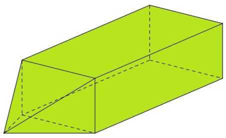


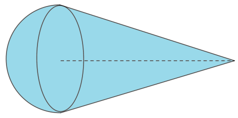
En todo poliedro, hay una relación entre la cantidad de caras (C),la cantidad de vértices(V) y la cantidad de aristas (A).

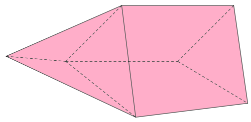
$\boxed{C + V = A + 2}$ $\rightarrow$ Propiedad de Euler

Act.1 Escribir el nombre de los cuerpos que forman cada cuerpo.

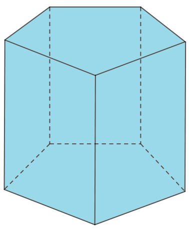
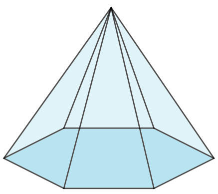
a) 

b) 

c) 

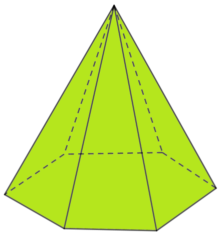
d) 

Act.2 Completar el cuadro y verificar la propiedad de Euler.

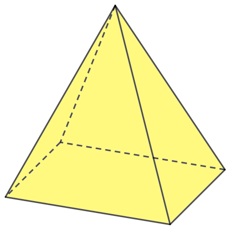
Cuerpo	**Nombre**	**Cantidad** de Caras	**Cantidad** de vértices	**Cantidad** de aristas
				
				

Act.3 Escribir el nombre de las caras que forman cada cuerpo.

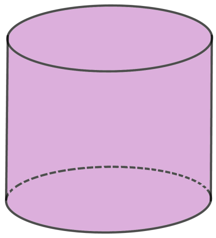
a)



b)

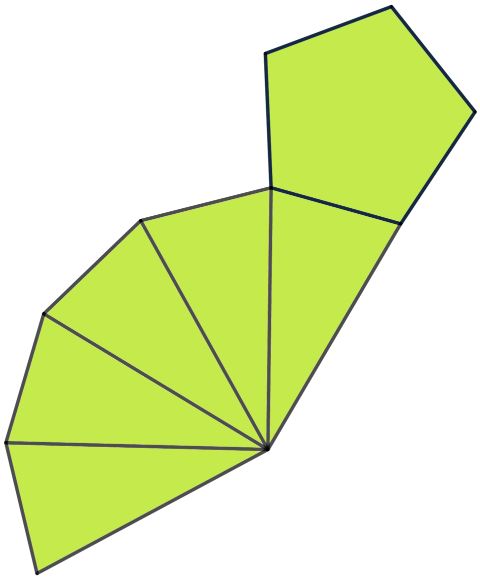


c)

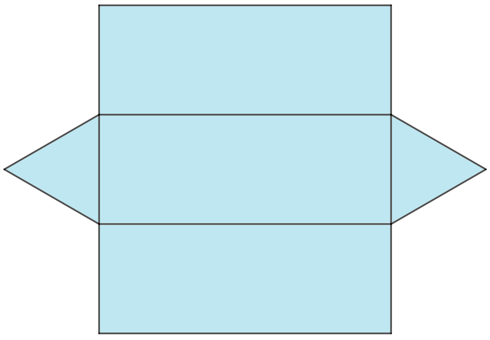


Act.4 Escribir el nombre del cuerpo que corresponde a cada desarrollo.

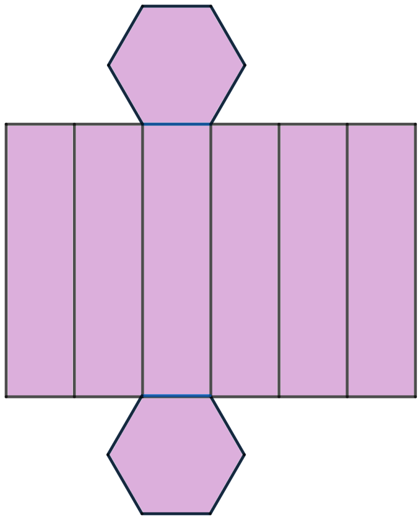
a)



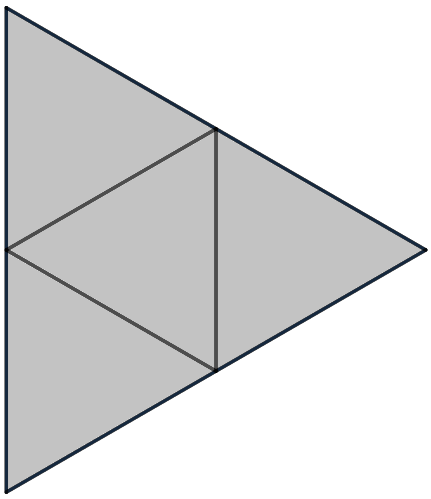
b)



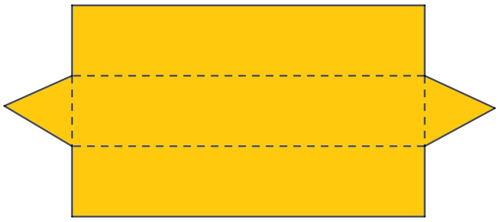
c)



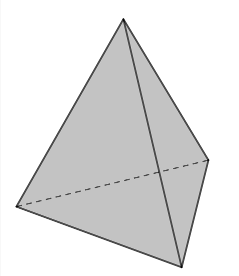
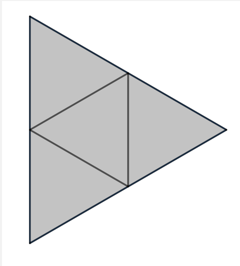
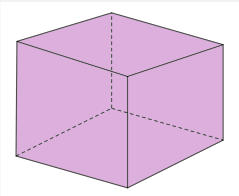
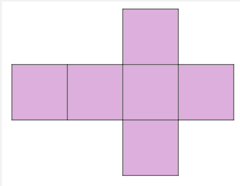
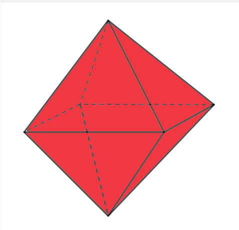
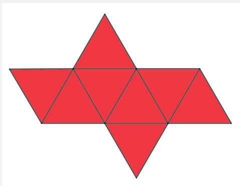
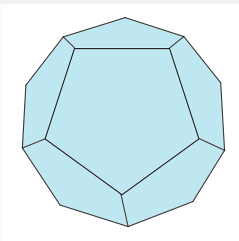
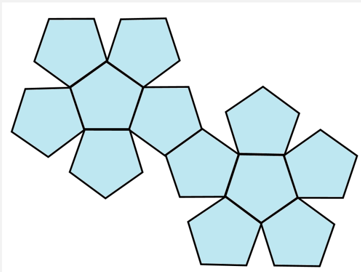
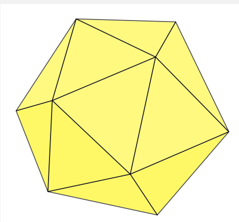
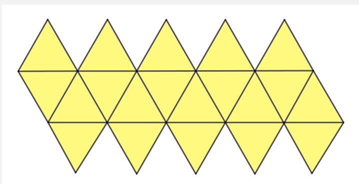
d)



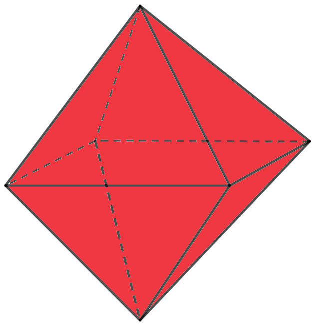
e)



Poliedros Regulares

Los poliedros **Regulares** tienen todas sus caras iguales y solo hay cinco.	
	
Tetraedro	Las caras son 4 triángulos equiláteros
	
Hexaedro o cubo	Las caras son 6 cuadrados
	
Octaedro	Las caras son 8 triángulos equiláteros
	
Dodecaedro	Las caras son 12 pentágonos regulares
	
Icosaedro	Las caras son 20 triángulos equiláteros

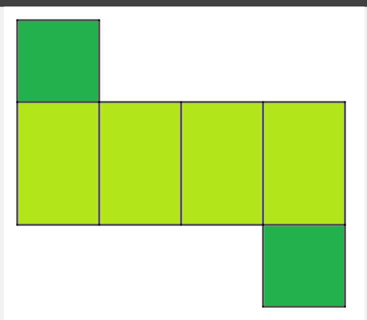
Act.5 Escribir la cantidad de aristas y vértice del octaedro y verificar la propiedad de Euler

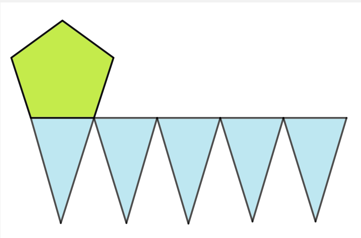


Act.6 Si un dodecaedro tiene tiene 30 aristas, ¿Cuántos vértices tiene?.

Act.7 Si un icosaedro tiene 12 vértices, ¿Cuántas aristas tiene?.

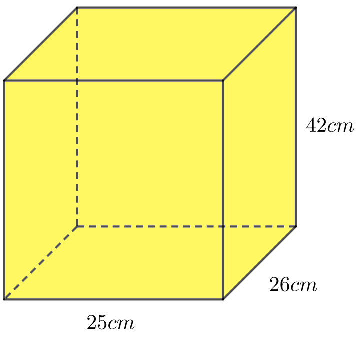
Superficie lateral y total de los poliedros



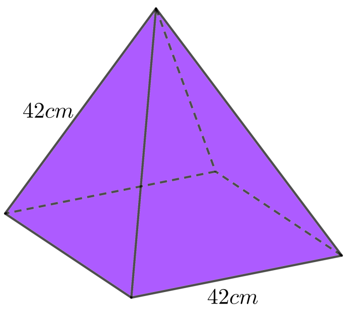


Act.8 Calcular la superficie lateral y total de los siguinetes cuerpos.

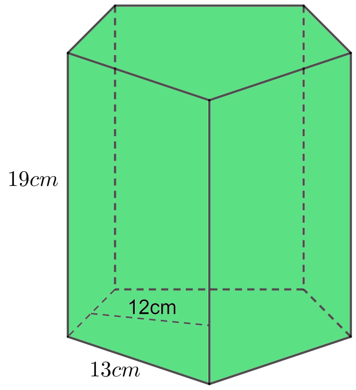
a)



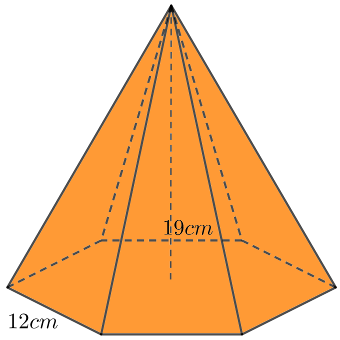
b)



c)

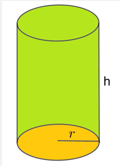


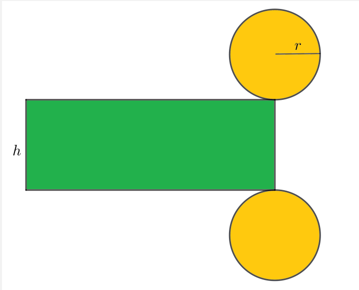
d)



Superficie lateral y total de los cuerpos redondos

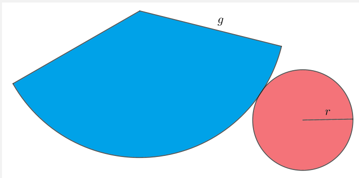
En un **cilindro** la cara lateral es un rectángulo y las bases son círculos

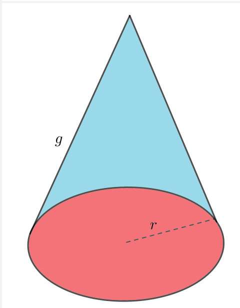




Superficie lateral: $\boxed{2\pi \cdot r \cdot h}$
Superficie de las bases: $\boxed{\pi \cdot r^2}$
Superficie Total:
$2\pi \cdot r \cdot h + 2\pi \cdot r^2 = \boxed{2\pi \cdot r \cdot (h + r)}$

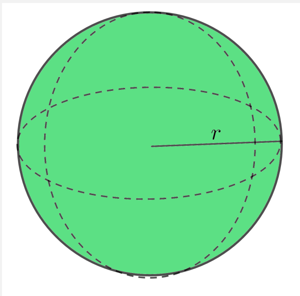
En un **cono** la cara lateral es un sector circular y la base es un círculo.





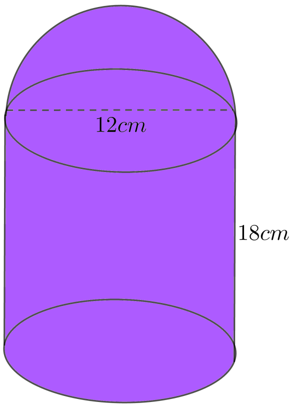
Superficie lateral: $\boxed{\pi \cdot r \cdot g}$
Superficie de las bases: $\boxed{2\pi \cdot r^2}$
Superficie Total:
$\pi \cdot r \cdot g + \pi \cdot r^2 = \boxed{\pi \cdot r \cdot (g + r)}$

La superficie de la **esfera** se cubre con cuatro de sus círculos máximos.

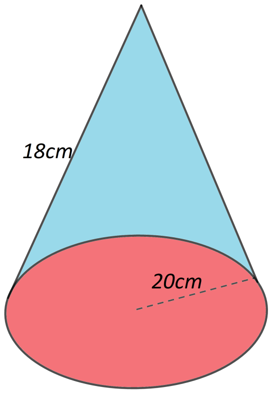


Superficie total: $\boxed{4\pi \cdot r^2}$

Act.9 Calcula la superficie total de cada cuerpo.



a)

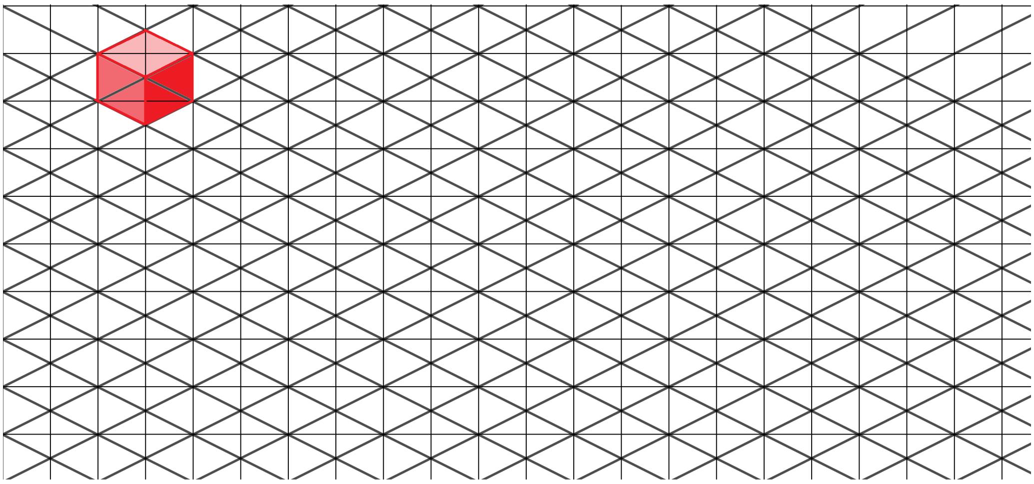


b)

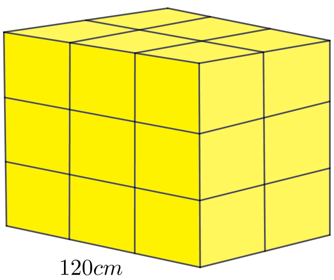
Act.10 El cubo que está pintado tiene un volumen de 1 cm^3. **Pintar los cuerpos pedidos.**

a) Un cubo de 64 cm^3

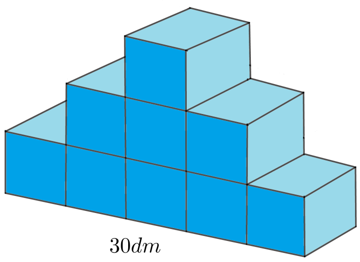
b) Un prisma cuadrangular de 45 cm^3



Act.11 calcular en m^3 el volumen de cada cuerpo.



a)

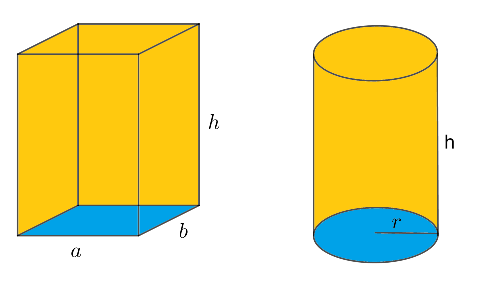


b)

Volumen de un cuerpo

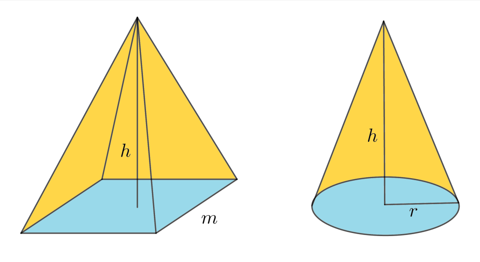
El volumen de un **prisma o cilindro** es igual al producto de la **superficie de la base** por la **altura**.
Volumen:

$\boxed{V = \text{Superficie de la base} \cdot \text{Altura}}$

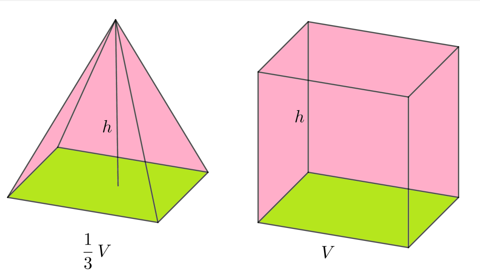


El volumen de una **pirámide o de un cono** es la tercera parte del producto entre la **superficie de la base** y la **altura**.

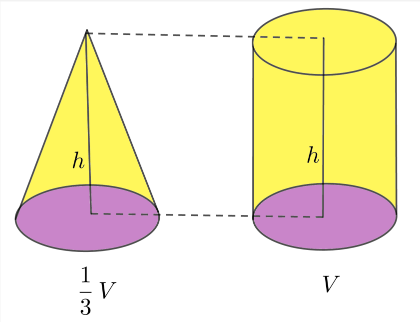
$\boxed{V = \frac{1}{3} \cdot \text{Superficie de la base} \cdot \text{Altura}}$



El **volumen de una pirámide** es la tercera parte del volumen de un prisma con igual superficie de la base y la altura.



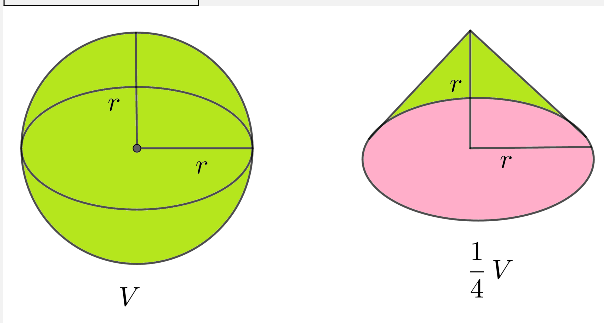
El **volumen de un cono** es la tercera parte del volumen de un cilindro con igual superficie de la base y la altura.



Si un cono tiene igual base que el cilindro máximo de una esfera y su altura es igual al radio de la esfera, el volumen de cada esfera es cuatro veces el volumen del cono.

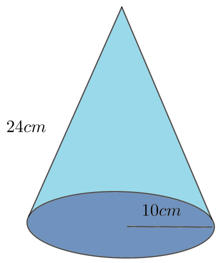
Volumen de la esfera: $\boxed{4 \cdot \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3}$

$\boxed{V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3}$

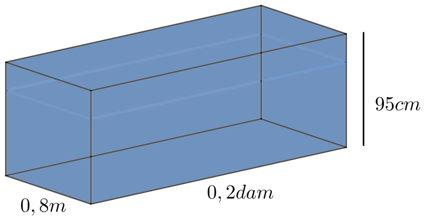


Act.12 Calcular el volumen de cada cuerpo.

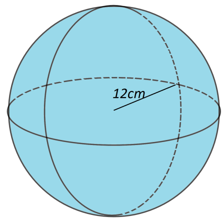
a)



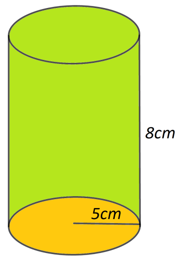
b)



c)



d)



Act.13 Colocar $<, >$ o $=$ según corresponda.

a) $0,2l \square\ 20ml$
b) $30cl \square\ 0,3l$
c) $600dl \square\ 0,6kl$
d) $0,9dal \square\ 90cl$
e) $0,5kl \square\ 50l$
f) $4000ml \square\ 4dal$
g) $0,8hl \square\ 80l$
h) $100dal \square\ 1kl$
i) $700cl \square\ 7hl$

Act.14 Plantear y resolver.

a) Si un vaso tiene capacidad de 25 cl, ¿Cuántos se llenan con 5 botellas de $\frac{3}{4}l$?.

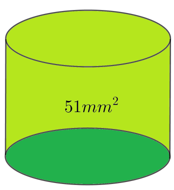
b) La cuarta parte de un tanque contiene $1,2l$.¿Cuál es su papacidad en litros?.

c) ¿Cuántos frascos de 75 ml se pueden llenar con $0,27dal$ de perfume?

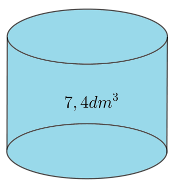
d) Una canilla arroja $350dl$ por minuto. ¿Cuántos kilolitros arroja en media hora?

Act.15 Escribe la capacidad de cada cilindro en la unidad pedida.

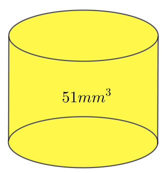
a) En cl



b) En dl

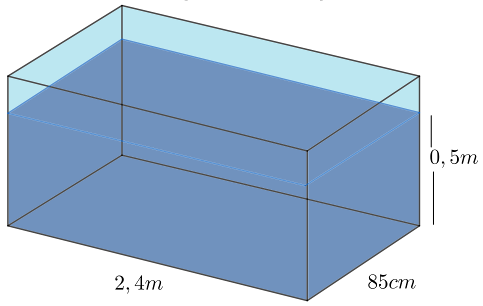


c) En dal

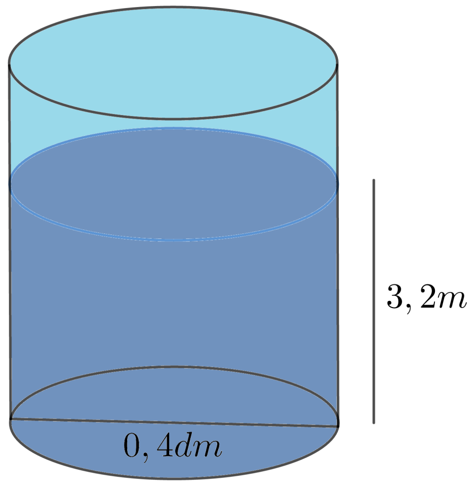


Act.16 Calcular.

a) Los litros de agua de la pecera.



b) Los kilolitros de agua del tanque.

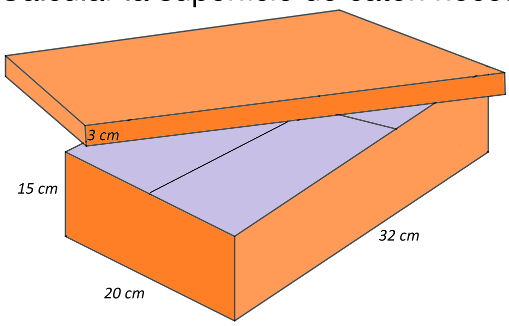


Act.17 Calcular la altura de cada cuerpo.

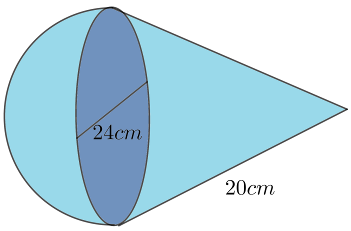
a) Un cilindro de un metro de diametro que tiene una capacidad de $471l$.

b) Un prisma de base cuadrangular de 48 cm de perímetro y una capacidad de $3600ml$.

Act.18 Calcular la superficie de catón necesaria para construir la caja.



Act.19 Calcular el volumen de l cuerpo.



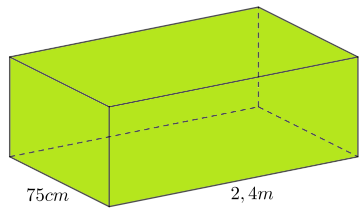
Act.20 Una pecera tiene 1,8 m de largo, 500 mm de profundidad y 90 cm de altura.

a) El volumen de la pecera.

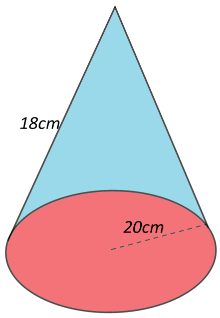
b) Los litros de agua que contiene hasta 6 cm del borde.

Act.21 **Plantear y resolver.**
Una esfera y un cilindro tienen igual volumen. El radio de la esfera es de 12 cm y el cilindro de 16 cm. ¿Cuál es la altura del cilindro?.

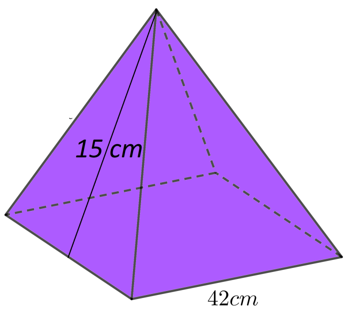
Act.22 El prisma rectangular tiene una capacidad de 1620 l. **Calcular la altura.**



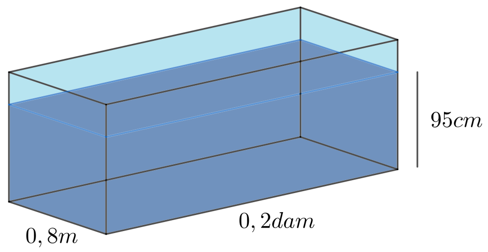
Act.23 Calcular la superficie lateral y total.



Act.24 Calcular el volumen de la pirámide.

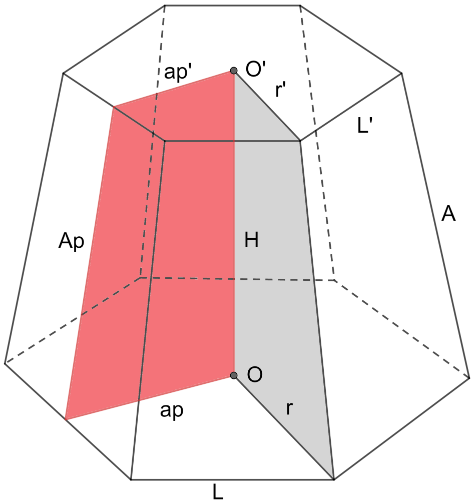


Act.25 Calcular y responder.



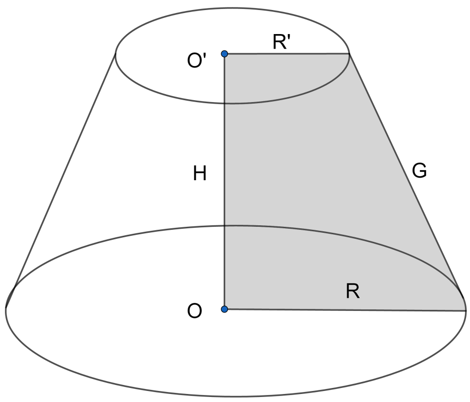
a) ¿Cuántos litros de agua contiene la pecera?
b) Si por $0,08m^3$ se deben agregar $5ml$ de anticloro, ¿Cuántos dl de anticloro necesita la pecera?.

Act.26 Los siguientes datos corresponden a un tronco de pirámide recta de base hexagonal.



L	L'	ap	ap'	r	r'	H	Ap	A
3 cm					2cm	10cm		
		5cm	2cm					8cm
		5cm	6,92cm				12cm	

Act.27 Los siguientes datos corresponden a un tronco de cono recto.



R	R'	H	G
3cm	1,5cm	2cm	
	6cm	5cm	2cm
5cm	6,92cm	12cm	

Act.28 La diagonal de la base de una pirámide cuadrangular es de 50 cm y la altura es igual al lado de la base. Calcular a) la arista. b) la apotema de la pirámide.

Act.29 La base de la pirámide de 36cm de altura es un triángulo equilátero de 20 cm de lado. Calcular:

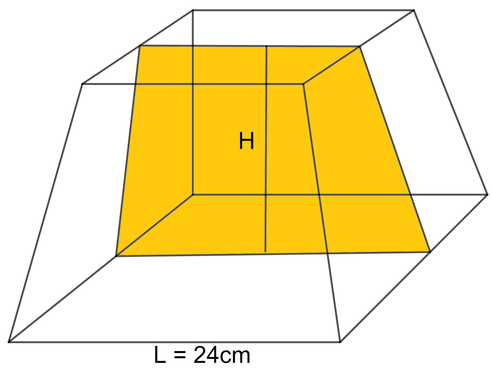
a) el radio de la base;
b) la arista de la pirámide.
c) el área de la base.
d) la apotema de la base.
e) la apotema de la pirámide.

Act.30 La arista de una pirámide hexágonal regular es de 26 cm y la altura es de 24 cm. Calcular:

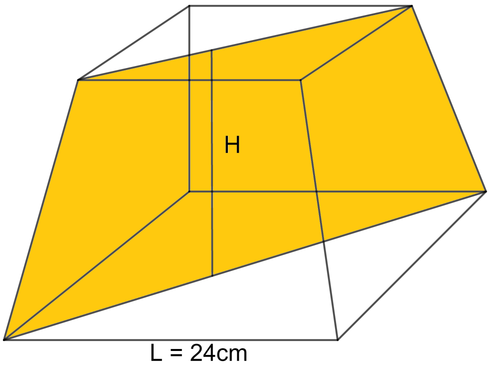
a) El radio y la apotema de la base.
b) El perímetro y el área de la base.
c) La apotema de la pirámide.

Act.31 Un tronco de pirámide cuadrangular tiene 8cm de altura. El lado de la base mayor tiene 24cm y el lado de la base menor es igual a su mitad.

a) Calcular el área de la sección determinada por las apotemas de dos caras opuestas.(ver figura.)



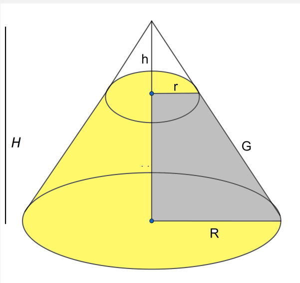
b) Calcular el área de la sección determinada por las aristas laterales opuestas.(ver figura.)



Volumen de troncos

El volumen de troncos se calcula realizando una diferencia de volumenes.

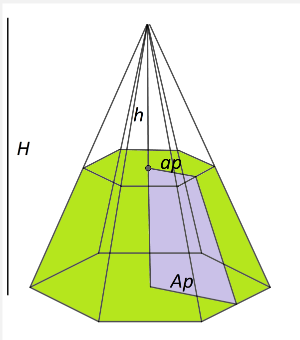
Tronco de cono



$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot R^2 \cdot H - \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$

$V = \frac{1}{3} \cdot \pi (R^2 \cdot H - r^2 \cdot h)$

Tronco de pirámide

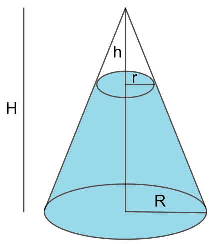


$V = \frac{1}{3} \cdot Area_{bmayor} \cdot H - \frac{1}{3} \cdot Area_{bmenor} \cdot h$

$V = \frac{1}{3} \cdot (Area_{bmayor} \cdot H - Area_{bmenor} \cdot h)$

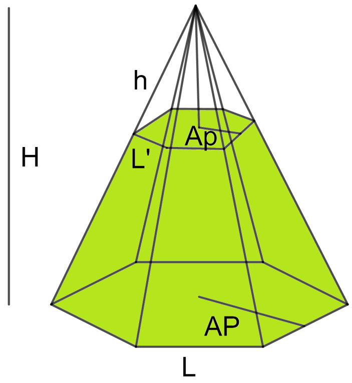
Act.32 Completa la tabla correspondiente al tronco de cono.

	R	r	H	h	V
a)	8cm	6cm	12cm	4cm	
b)	10cm	4,5cm	10cm	5cm	
c)		10cm	30cm	10cm	9420cm^3



Act.33 Completa la tabla correspondiente al tronco de pirámide.

	Bases	L	l	AP	ap	H	h	V
a)	Hexagonal	6cm	3,5cm	4cm	3cm	12cm	4cm	
b)	Pentagonal	6cm	5cm	8cm	6,5cm	7cm	5cm	
c)	Cuadrada	6cm	4cm	3cm	5cm	12cm	5,5cmc	



Guia 10:Trigonometría

Sistemas de ángulos

Act.1 Encuentre la medida exacta del ángulo en radianes.

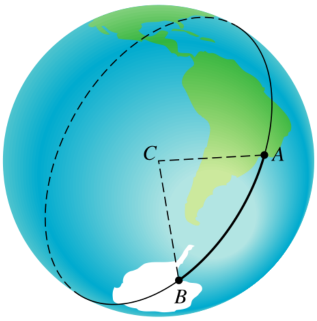
a) $150°$
b) $120°$
c) $450°$
d) $630°$
e) $-60°$
f) $-135°$
g) $72°$
h) $54°$
i) $100°$

Act.2 Encuentre la medida exacta del ángulo en grados.

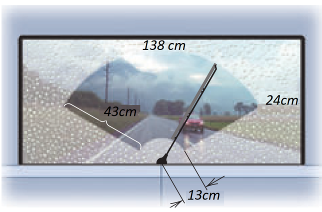
a) $\frac{2\pi}{3}$
b) $\frac{5\pi}{6}$
c) $\frac{11\pi}{6}$
d) $\frac{4\pi}{3}$
e) $\frac{4\pi}{3}$
f) $\frac{11\pi}{4}$
g) $-\frac{7\pi}{2}$
h) $-\frac{5\pi}{2}$
i) $\frac{\pi}{9}$

Act.3 **Medir distancia de la Tierra** La distancia entre dos puntos A y B en la Tierra se mide a lo largo de una circunferencia cuyo centro es C, en el centro de la Tierra, y radio igual a la distancia de C a la superficie (vea la figura). Si el diámetro de la Tierra es aproximadamente 12874 km, calcule la distancia entre A y B si el ángulo $A\hat{C}B$ tiene la medida indicada:

a) $60°$
b) $45°$
c) $30°$
d) $10°$
e) $1°$

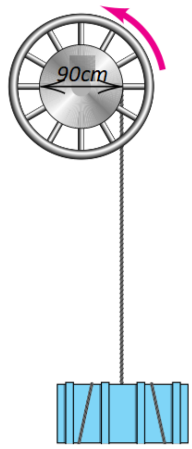


Act.4 **Área de una ventana** Una ventana rectangular mide 138cm por 60cm. Hay una hoja limpiadora de 43cm unida por un brazo de 13cm al centro de la base de la ventana, como se ve en la figura. Si el brazo gira $120°$, aproxime el porcentaje del área de la ventana que es limpiado por la hoja.



Act.5 **Revoluciones en llantas** Una llanta común de auto compacto mide 56cm de diámetro. Si el auto corre con una rapidez de 90 $\frac{km}{h}$, encuentre el número de revoluciones que hace la llanta por minuto.

Act.6 **Malacate de carga** Se utiliza un malacate grande de 90cm de diámetro para levantar cargas, como se ve en la figura.



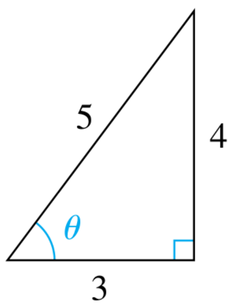
a) Encuentre la distancia que la carga es levantada si el malacate gira un ángulo de $\frac{7}{4}\pi$ radianes.

b) Encuentre el ángulo (en radianes) que el malacate debe girar para levantar la carga d pies.

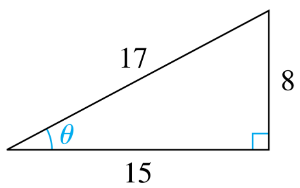
Act.7 **Desplazamiento del polo magnético** Los polos geográfico y magnético norte tienen diferentes ubicaciones. Hoy en día, el polo norte magnético se desplaza al oeste $0,0017$ radianes por año, donde el ángulo de desplazamiento tiene su vértice en el centro de la Tierra. Si este movimiento continúa, ¿aproximadamente cuántos años tardará el polo norte magnético en desplazarse un total de $5°$?

Funciones Trigonométricas de ángulos

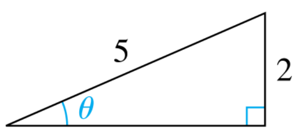
Act.8 Encuentre los valores de las seis funciones trigonométricas para el ángulo θ.



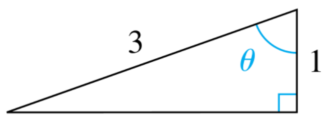
a)



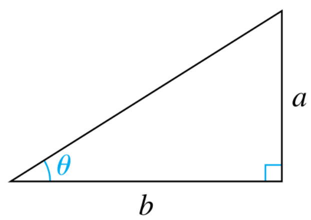
b)



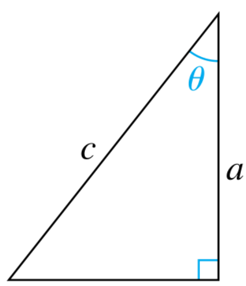
c)



d)

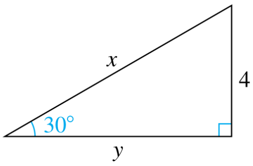


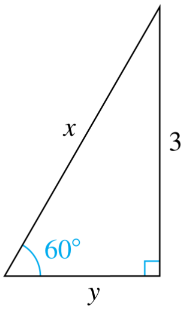
e)

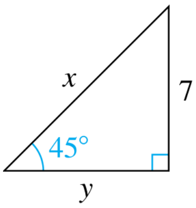


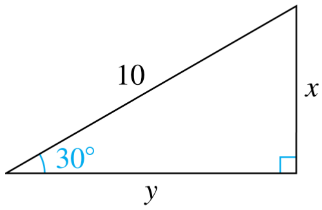
f)

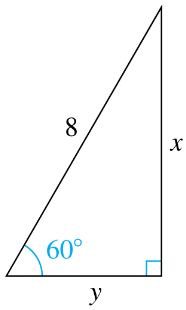
Act.9 Encuentre los valores exactos de x y y.

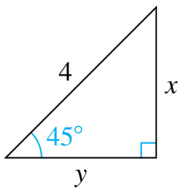
a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

f) 

Act.10 Encuentre los valores exactos de las funciones trigonométricas para el ángulo agudo θ.

a) $sen\,\theta = \frac{3}{5}$

b) $tan\,\theta = \frac{5}{12}$

c) $sec\,\theta = \frac{6}{5}$

d) $cos\,\theta = \frac{8}{17}$

e) $cot\,\theta = \frac{7}{24}$

f) $csc\,\theta = \frac{4}{3}$

Identidades Trigonométricas

Act.11 Simplifique la expresión.

a) $\dfrac{sen^3\theta + cos^3\theta}{sen\theta + cos\theta}$

b) $\dfrac{9 - tan^2\theta}{tan^2\theta - 5 \cdot tan\theta + 6}$

c) $\dfrac{2 - tan\theta}{2csc\theta - sec\theta}$

d) $\dfrac{sen\theta + cos\theta}{sen^3\theta + cos^3\theta}$

e) $\dfrac{cot^2\alpha - 4}{cot^2\alpha - cot\alpha - 6}$

f) $\dfrac{csc\theta + 1}{1/sen^2\theta + csc\theta}$

Act.12 Verifique la identidad al transformar el lado izquierdo en el lado derecho.

a) $cos\,\theta \cdot sec\,\theta = 1$

b) $sen\,\theta \cdot sec\,\theta = tan\,\theta$

c) $\dfrac{csc\,\theta}{sec\,\theta} = cot\,\theta$

d) $(1 + cos\,2\theta)(1 - cos\,2\theta) = sen^2\,2\theta$

e) $cos^2 2\,\theta - sen^2\,2\theta = 2cos^2\,2\theta - 1$

f) $\cos^2\,\theta(sec^2\,\theta - 1) = sen^2\,\theta$

g) $(tan\,\theta + cot\,\theta)\,\tan\theta = sec^2\,\theta$

h) $tan\,\theta \cdot cot\,\theta = 1$

i) $sen\,\theta \cdot cot\,\theta = cos\,\theta$

j) $\dfrac{sen\ (\theta/2)}{csc\,(\theta/2)} + \dfrac{cos\,(\theta/2)}{sec\,(\theta/2)} = 1$

k) $1 - 2sen^2\,(\theta/2) = 2 \cdot cos^2\,(\theta/2) - 1$

l) $(1 + sen\,\theta)(1 - sen\,\theta) = \dfrac{1}{sec^2\,\theta}$

Act.13 Use identidades fundamentales para hallar los valores de las funciones trigonométricas para las condiciones dadas.

a) $tan\,\theta = -\frac{3}{4}$ y $sen\,\theta > 0$

b) $cot\,\theta = \frac{3}{4}$ y $cos\,\theta < 0$

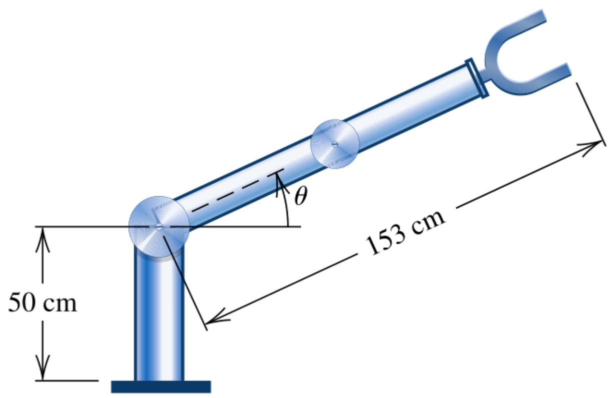
c) $sen\,\theta = -\frac{5}{13}$ y $sec\,\theta > 0$

d) $cos\,\theta = \frac{1}{2}$ y $sen\,\theta$

e) $cos\,\theta = -\frac{1}{3}$ y $sen\,\theta < 0$

f) $csc\,\theta = 5$ y $cot\,\theta < 0$

Act.14 **Movimiento de brazo robótico** Las funciones trigonométricas se usan extensamente en el diseño de robots industriales. Suponga que la articulación del hombro de un robot está motorizada de modo que el ángulo θ aumenta a una razón constante de $\pi/12$ radianes por segundo a partir de un ángulo inicial de $\theta = 0$. Suponga que la articulación del codo se mantiene siempre recta y que el brazo tiene una longitud constante de 153 centímetros, como se ve en la figura.



a) Suponga que $h = 50cm$ cuando $\theta = 0$. Construya una tabla que indique el ángulo θ y la altura h de la mano robótica cada segundo cuando $0 \leq \theta \leq \pi/2$.

b) Determine si un aumento constante en el ángulo θ produce o no un aumento constante en la altura de la mano.

c) Encuentre la distancia total que se mueve la mano.

Funciones trigonométricas de números reales

Act.15 Aproxime a cuatro lugares decimales.

a) $sen\, 98°10'$

b) $cos\, 623,7°$

c) $tan\, 3$

d) $cot\, 231°40'$

e) $sec\, 1175,1°$

f) $csc\, 0,82$

g) $sen\, 496,4°$

h) $cos\, 0,65$

i) $tan\, 105°40'$

j) $cot\, 1030,2°$

Act.16 Calcule, con un error de $0,1°$ más cercano, todos los ángulos $theta$ en el intervalo $[0°, 360°)$ que satisfagan la ecuación.

a) $sen\, \theta = -0,5640$

b) $tan\, \theta = 2,798$

c) $sec\, \theta = -1,116$

d) $cos\, \theta = 0,7490$

e) $cot\, \theta = -0,9601$

f) $csc\, \theta = 1,485$

g) $cos\, \theta = -0,6604$

h) $csc\, \theta = -2,3179$

Act.17 Grosor de la capa de ozono El grosor de la capa de ozono se puede calcular usando la fórmula

$$lnI_0 - lnI = kx\, sec\, \theta$$

donde I_0 es la intensidad de una longitud de onda de luz particular proveniente del Sol antes de llegar a la atmósfera, I es la intensidad de la misma longitud de onda después de pasar por una capa de ozono de x centímetros de grueso, k es la constante de absorción de ozono para esa longitud de onda y θ es el ángulo agudo que la luz solar forma con la vertical. Suponga que para una longitud de onda de 3055×10^{-8} centímetros con $k \approx 1,88$, I_0/I se mide como $1,72$ y $\theta = 12°$. Aproxime el grosor de la capa de ozono al $0,01$ de centímetro más cercano.
Rta: $0,28cm$

Act.18 **Cálculos de ozono** Consulte el ejercicio anterior. Si se estima que la capa de ozono mide $0,31$ centímetros de grueso y,para una longitud de onda de 3055×10^{-8} centímetros, I_0/I se mide como $2,05$, aproxime el ángulo que formó el Sol con la vertical en el momento de la medición.

Act.19 Radiación solar La cantidad de luz solar que ilumina una pared de un edificio puede afectar en gran medida la eficiencia de energía del edificio. La radiación solar que incide en una pared vertical que mira hacia el este está dada por la fórmula

$$R = R_0 \, cos\, \theta sen\, \phi$$

donde R_0 es la máxima radiación solar posible, θ es el ángulo que el Sol forma con la horizontal, y ϕ es la dirección del Sol en el cielo, con $\phi = 90°$ cuando el Sol está en el este y $\phi = 60°$ cuando el Sol está en el sur.

a) ¿Cuándo incide sobre la pared la máxima radiación sola R_0?

b) ¿Qué porcentaje de R_0 incide sobre la pared cuando θ es igual a $60°$ y el sol está en el sureste?.

Gráficas de Funciones trigonométricas

Act.20 Encuentre la amplitud y periodo y trace la gráfica de la ecuación:

a) $y = 4\, sen\, x$

b) $y = \frac{1}{4}\, sen\, x$

c) $y = 2\, sen \frac{1}{4} x$

d) $y = \frac{1}{3}\, cos\, x$

e) $y = 2\, cos \frac{1}{3} x$

f) $y = cos\, 3x$

Act.21 Encuentre la amplitud, el periodo y el desplazamiento de fase y trace la gráfica de la ecuación.

a) $y = sen\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

b) $y = 3\, sen\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$

c) $y = cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

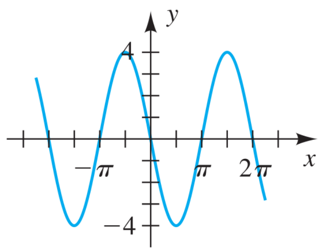
d) $y = 4\, cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

e) $y = sen\,(2x - \pi) + 1$

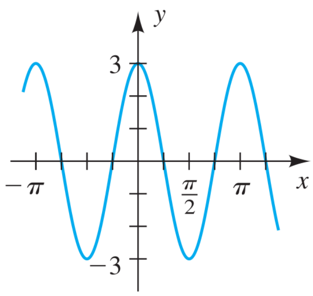
f) $y = -cos\,(6x + \pi) - 2$

Act.22 La gráfica de una ecuación se muestra en la figura. **(a)** Encuentre la amplitud, el periodo y desplazamiento de fase. **(b)** Escriba la ecuación en la forma $y = a\, sen\,(bx + c)$ para $a > 0$, $b > 0$ y el mínimo número real positivo c.

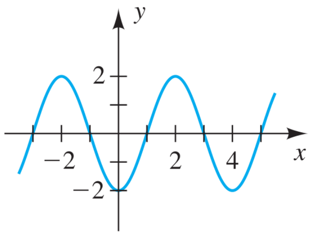
a)



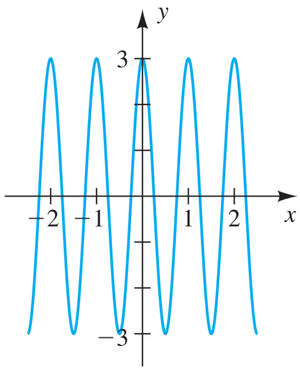
b)



c)

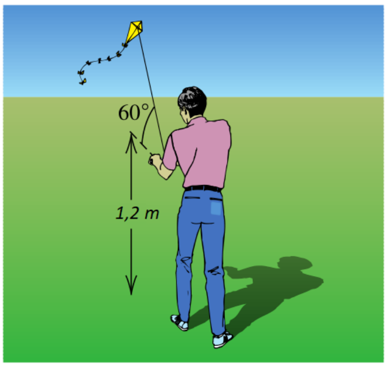


d)



Problemas de aplicación

Act.23 **Altura de una cometa** Una persona que hace volar una cometa sostiene la cuerda 1,2 metros arriba del nivel del suelo. La cuerda de la cometa está tensa y forma un ángulo de $60°$ con la horizontal (vea la figura). Calcule la altura de la cometa arriba del nivel del suelo si se dan 152 metros de cuerda.

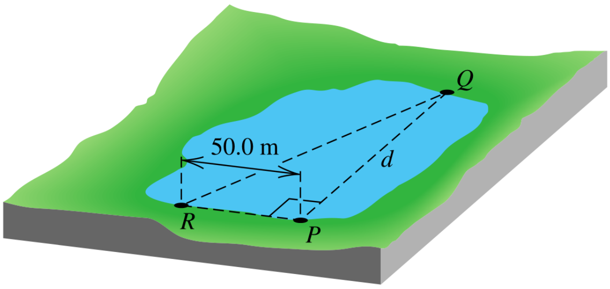


Act.24 **Topografía** Desde un punto a 15 metros sobre el nivel del suelo, un topógrafo mide el ángulo de depresión de un objeto en el suelo a $68°$. Calcule la distancia desde el objeto al punto en el suelo directamente abajo del topógrafo.

Act.25 **Aterrizaje de un avión** Un piloto, que vuela a una altitud de 1500 m, desea aproximarse a los números de una pista a un ángulo de $10°$. Calcule, a los 305 m más cercanos, la distancia desde el avión hasta los números al principio del descenso.

Act.26 **Antena de radio** Un cable está unido a la cima de una antena de radio y a un punto en el suelo horizontal que está a 40 metros de la base de la antena. Si el cable forma un ángulo de $58°20'$, con el suelo, calcule la longitud del cable.

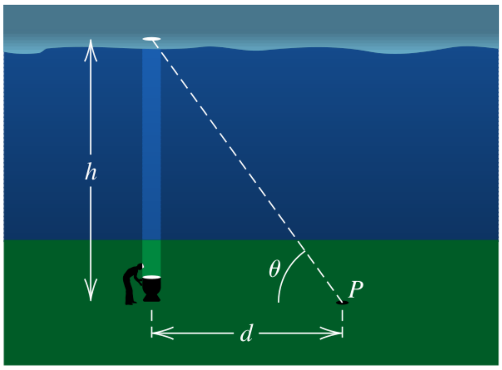
Act.27 **Topografía** Para hallar la distancia d entre dos puntos P y Q en las orillas opuestas de un lago, un topógrafo localiza un punto R que está a 50 metros de P de manera que RP es perpendicular a PQ, como se ve en la figura. A continuación, usando un teodolito, el topógrafo mide el ángulo $P\hat{R}Q$ que resulta ser de $72°40'$. Encuentre d.



Act.28 **Cálculos meteorológicos** Para medir la altura h de una capa de nubes, un estudiante de meteorología dirige un proyector de luz directamente hacia arriba desde el suelo. Desde un punto P en el nivel del suelo que está a d metros del proyector de luz, el ángulo de elevaciónθ de la imagen de la luz en las nubes se mide entonces (vea la figura).

a) Exprese h en términos de d y θ.

b) Calcular h si $d = 100m$ y $\theta = 59°$.



Act.29 **Altitud de un cohete** Un cohete es disparado al nivel del mar y asciende a un ángulo constante de $75°$ toda una distancia de 3050 metros. Calcule su altitud al pie más cercano.

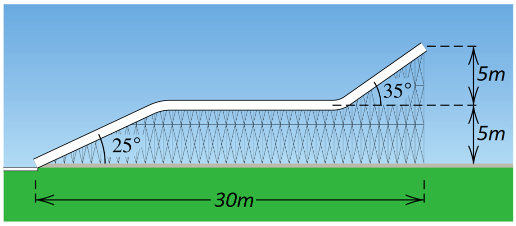
Act.30 **Despegue de un avión** Un avión despega a un ángulo de $10°$ y vuela a razón de 76 m/s. ¿Aproximadamente cuánto tarda el avión en alcanzar una altitud de 4000 metros?
Rta:5,76 min

Act.31 Diseño de un puente levadizo Un puente levadizo mide 46 metros de largo cuando se tiende de un lado a otro de un río. Como se ve en la figura, las dos secciones del puente se pueden girar hacia arriba un ángulo de $35°$.

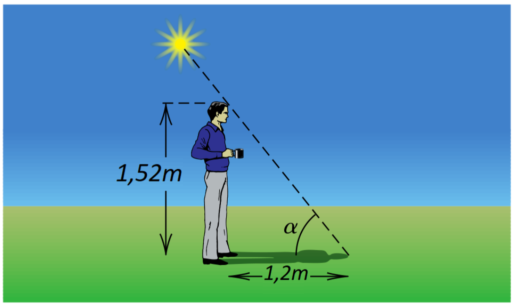
a) Si el nivel del agua está 4,5 m abajo del puente cerrado, encuentre la distancia d entre el extremo de una sección y el nivel del agua cuando el puente está abierto por completo. **Rta: 18 m**

Act.32 ¿Cuál es la separación aproximada de los extremos de las dos secciones cuando el puente está abierto por completo, como se ve en la figura? **Rta: 2 m**

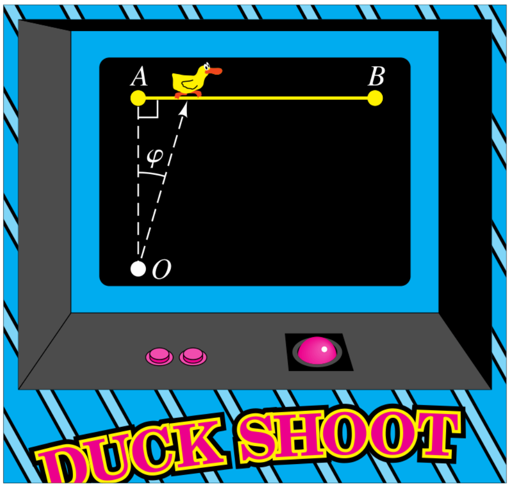
Act.33 **Diseño de un tobogán acuático** En la figura se muestra parte de un diseño para un tobogán acuático. Encuentre la longitud total del tobogán al pie más cercano.



Act.34 Elevación del sol Calcule el ángulo de elevación a del sol si una persona que mide 1,52 metros de estatura proyecta una sombra de 1,2 metros de largo en el suelo (vea la figura).



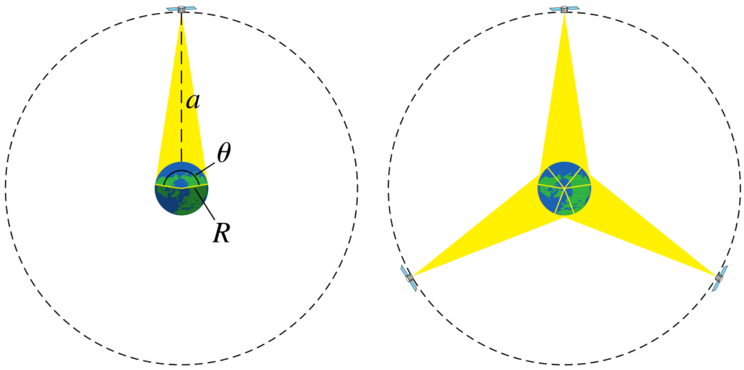
Act.35 **Juego de video** En la figura se muestra la pantalla de un juego de video sencillo en el que unos patos se mueven de A a B a una velocidad de 7 cm/s. Balas disparadas desde el punto O se mueven a 25 cm/s. Si un jugador dispara tan pronto como aparece un pato en A, ¿a qué ángulo ϕ debe apuntar el arma para acertar en el blanco?



Act.36 **Satélite de comunicaciones** En la parte izquierda de la figura se muestra un satélite de comunicaciones con una órbita ecuatorial, es decir, una órbita casi circular en el plano determinado por el ecuador de la Tierra. Si el satélite describe círculos alrededor de la Tierra a una altitud $a = 35936km$, su rapidez es igual que la rapidez rotacional de la Tierra; para un observador en el ecuador, el satélite parece estar estacionario, es decir, su órbita es sincrónica.

a) Usando $R = 6400km$ para el radio de la Tierra, determine el porcentaje del ecuador que está dentro del alcance de señal de este satélite. Rta:$45\,\%$

b) Como se ve en la parte derecha de la figura, tres satélites están igualmente espaciados en órbitas ecuatoriales sincrónicas. Utilice el valor de θobtenido en el inciso **(a)** para explicar por qué todos los puntos en el ecuador están dentro del alcance de señal de al menos uno de los tres satélites.



Guia 11:Trigonometría Analítica

Ecuaciones Trigonométricas

Act.1 Hallar todas las soluciones de la ecuación.

a) $sen\, x = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

b) $tan\, \theta = \sqrt{3}$

c) $sec\, \beta = 2$

d) $sen\, x = \dfrac{\pi}{2}$

e) $cos\, \theta = \dfrac{1}{sec\, \theta}$

f) $2\, cos(2\theta) - \sqrt{3} = 0$

g) $\sqrt{3}\, tan \dfrac{1}{3} t = 1$

h) $sen^2\, \theta + sen\, \theta - 6 = 0$

Act.2 Hallar las soluciones de la ecuación en el intervalo $[0°, 360°)$.

a) $cos\, x + 1 = 2\, \text{sen}^2\, x$

b) $2\, cos^2 \gamma = +cos\gamma = 0$

c) $sen^2 \mu + sen\mu - 6 = 0$

d) $sen^2 t - 4\, sent + 1 = 0$

e) $cos^2 t - 4\, cost + 2 = 0$

f) $2\, tan^2 x - 3\, tanx + 2 = 0$

g) $12\, cos^2 u - 5\, senu - 2 = 0$

h) $5\, cos^2 \alpha + 3\, cos\alpha - 2 = 0$

Act.3 **Hallar la corriente mínima en un circuito eléctrico** La corriente I (en amperes) en un circuito de corriente alterna en el tiempo t (en segundos) está dada por

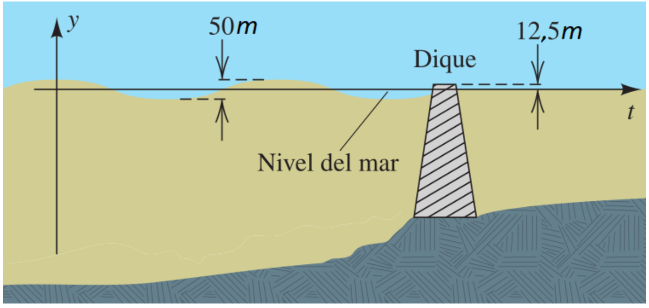
$$I = 30\, sen \left(50\pi t - \frac{7\pi}{3} \right)$$

Encuentre el mínimo valor exacto de t para el cual $I = 15$.

Act.4 **Olas de mareas** Una ola de marea, de 50 m de altura y periodo de 30 minutos, se aproxima a un dique que está a 12,5 m sobre el nivel del mar (vea la figura). Desde un punto particular en la orilla, la distancia y del nivel del mar a la cresta de la ola está dada por

$$y = 25\, cos\, \frac{\pi}{15} t$$

con t en minutos. ¿Durante aproximadamente cuántos minutos de cada periodo de 30 minutos está la cresta de la ola arriba del nivel de la cima del dique?



Act.5 **Temperatura en Fairbanks** La temperatura T baja (en $^\circ F$) esperada en Fairbanks, Alaska, se puede aproximar con

$$T = 36\,sen\,\left[\frac{2\pi}{365}(t-101)\right] + 14$$

donde t está en días, con $t=0$ correspondiente al 1 de enero. ¿Cuántos días durante el año se espera que la temperatura baja sea menor que $-4^\circ F$?.

Act.6 **Intensidad de luz diurna** En un día despejado con D horas de luz diurna, la intensidad de la luz diurna I (en calorías/cm^2) puede aproximarse con $I = I_M sen^3 \frac{\pi t}{D}$ para $0 \leq t \leq D$,

donde $t=0$ corresponde al amanecer e I_M es la máxima intensidad. Si $D=12$,¿aproximadamente cuántas horas después del amanecer es $I = \frac{1}{2}I_M$?

Act.7 **Intensidad de luz diurna** Consulte el ejercicio **5**. En días nublados, un mejor cálculo de la intensidad I solar está dado por

$$I = I_M\,sen^2\,\frac{\pi t}{D}$$

Si $D=12$, ¿cuántas horas después del amanecer es $I = \frac{1}{2}I_M$?.

Act.8 Protección contra luz diurna Consulte los ejercicios 5 y 6 . Un dermatólogo recomienda protegerse del sol cuando la intensidad I sea mayor que 75 % de la intensidad máxima. Si $D=12$ horas, aproxime el número de horas para las que se requiere protección en

a) un día despejado.

b) un día nublado.

Act.9 Exprese como cofunción de un ángulo complementario.

a) $sen\ 15^\circ 20'$

b) $tan\ \frac{\pi}{6}$

c) $tan\ 37^\circ 50'$

d) $cos\ \frac{\pi}{3}$

e) $cos\ \frac{\pi}{8}$

f) $cot\ 61,87^\circ$

Act.10 Exprese como una función trigonométrica de un ángulo

a) $cos\ 70^\circ\ cos\ 53^\circ + sen\ 70^\circ\ sen\ 53^\circ$

b) $cos\ 6° \ cos\ 25° - sen\ 6° \ sen\ 25°$

c) $sen\ 57° \ cos\ 4° + cos\ 57° \ sen\ 4°$

d) $cos\ 3\ sen(-2) - cos\ 2\ sen\ 3$

Act.11 Utilice las condiciones dadas para encontrar el valor exacto de la expresión

a) $sen\ \alpha = -\frac{5}{13}$, $tan\ \alpha > 0$, $sen\ \left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right)$

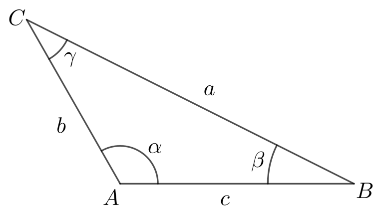
b) $cos\ \alpha = \frac{24}{25}$, $sen\ \alpha < 0$, $cos\ \left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)$

c) $sec\ x = 3$, $csc\ \alpha < 0$, $cos\ \left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

d) $tan\ x = \frac{24}{25}$, $sec\ x > 0$, $sen\ \left(x + \frac{1}{6}\right)$

Teorema del seno y coseno

Act.12 Dado el triángulo $\overset{\triangle}{ABC}$



Resuelva el $\overset{\triangle}{ABC}$.

a) $\alpha = 52°$, $\gamma = 65°$, $a = 23,7$

b) $\beta = 25°$, $\gamma = 41°$, $b = 170$

c) $\alpha = 27°40'$, $\beta = 52°10'$, $a = 32,4$

d) $\beta = 50°50'$, $\gamma = 70°30'$, $a = 537$

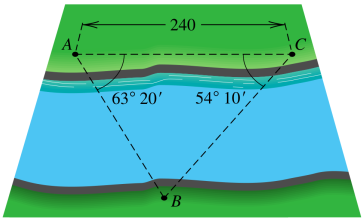
e) $\alpha = 42°10'$, $\gamma = 61°20'$, $a = 19,7$

f) $\beta = 113°10'$, $b = 248$, $c = 195$

g) $\alpha = 47°20'$, $a = 86,3$, $b = 77,7$

h) $\beta = 121°6'$, $b = 0,283$, $c = 0,178$

Act.13 **Topografía** Para hallar la distancia entre dos puntos A y B que se encuentran en márgenes opuestas de un río, un topógrafo traza un segmento de recta AC de 240 metros de longitud a lo largo de una de las márgenes y determina que las medidas de los ángulos $B\hat{A}C$ y $A\hat{C}B$ son $63°20'$ y $54°10'$, respectivamente (vea la figura). Calcule la distancia entre A y B.

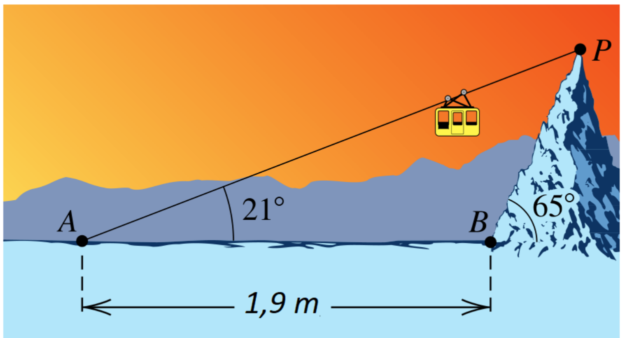


Act.14 **Topografía** Para determinar la distancia entre dos puntos A y B, un topógrafo selecciona un punto C que está a 375 metros de A y 530 metros de B. Si $B\hat{A}C$ mide $49°30'$, calcule la distancia entre A y B.

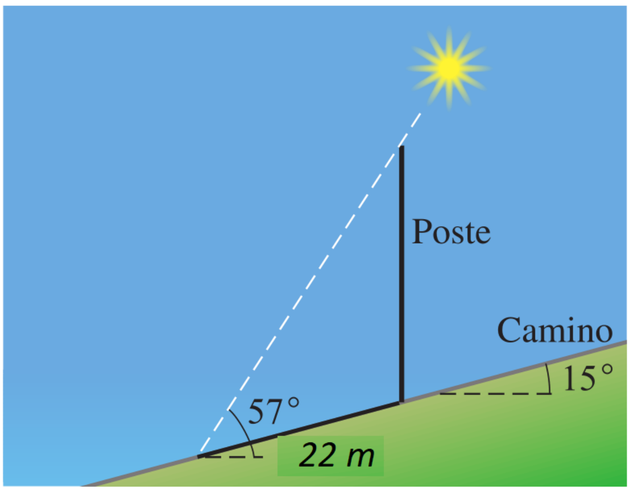
Act.15 **Ruta de un funicular** Como se ilustra en la figura de la página siguiente, un funicular lleva pasajeros de un punto A, que está a 1,9 km de un punto B en la base de una montaña, a un punto P en la cima de la montaña. Los ángulos de elevación de P desde A y B son $21°$ y $65°$, respectivamente.

a) Calcule la distancia entre A y P.

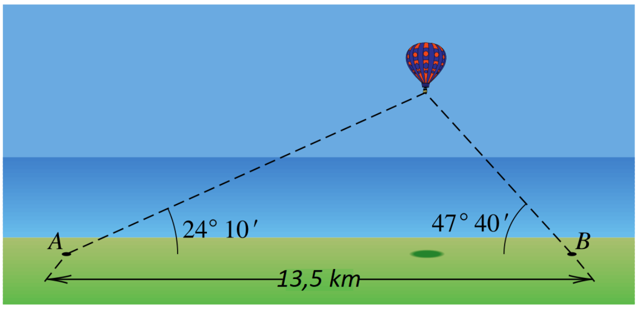
b) Calcule la altura de la montaña.



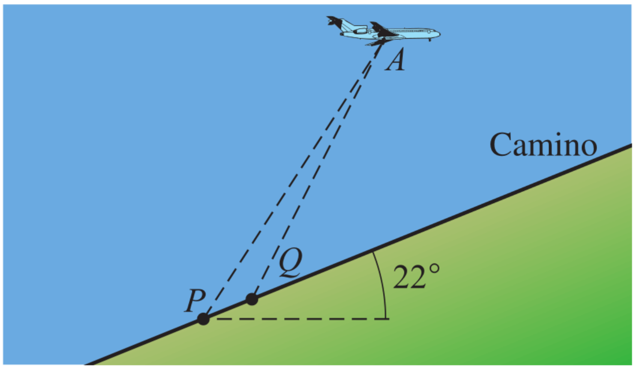
Act.16 **Longitud de una sombra** Un camino recto forma un ángulo de $15°$ con la horizontal. Cuando el ángulo de elevación del sol es $57°$, un poste vertical al lado del camino proyecta una sombra de 22 m de largo directamente en el camino, como se muestra en la figura. Calcule la longitud del poste.



Act.17 **Altura de un globo** de aire caliente Los ángulos de elevación de un globo desde dos puntos A y B al nivel del suelo son $24°10'$ y $47°40'$, respectivamente. Como se muestra en la figura, los puntos A y B están a 13,5 km entre sí y el globo está entre los puntos, en el mismo plano vertical. Calcule la altura del globo sobre el suelo.



Act.18 **Distancia a un avión** Un camino recto forma un ángulo de $22°$ con la horizontal. Desde un cierto punto P en el camino, el ángulo de elevación de un avión en el punto A es $57°$. En el mismo instante, desde otro punto Q, a 100 metros más arriba en el camino, el ángulo de elevación es $63°$. Como se indica en la figura, los puntos P, Q y A se encuentran en el mismo plano vertical. Calcule la distancia de P al avión.

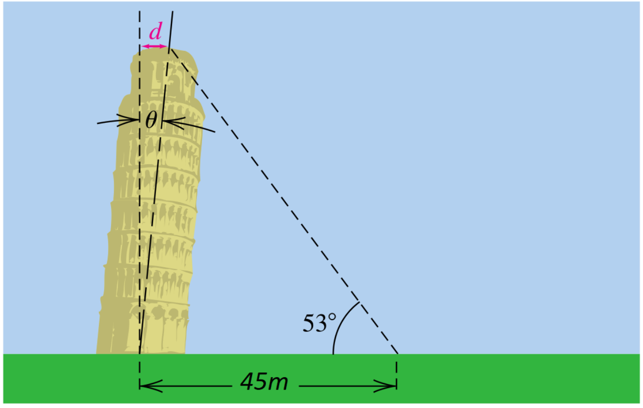


Act.19 **Avistar un incendio** forestal Un guardabosque que se encuentra en un punto de observación A avista un incendio en la dirección $N27°10'E$. Otro guardabosque que está en un punto de observación B, a 6 km al este de A avista el mismo incendio en $N52°40'O$. Calcule la distancia desde cada uno de los puntos de observación al incendio.

Act.20 **La torre inclinada de Pisa** La torre inclinada de Pisa estaba originalmente perpendicular al suelo y tenía 55 metros de altura. Debido al hundimiento de la tierra, ahora está inclinada a un cierto ángulo θ con respecto a la perpendicular, como se ve en la figura. Cuando la cima de la torre se ve desde un punto a 45 m del centro de su base, el ángulo de elevación es $53°$.

a) Calcule el ángulo θ.

b) Calcule la distancia d que el centro de la cima de la torre se ha movido de la perpendicular.



Act.21 **Dimensiones de un terreno triangular** El ángulo en una esquina de un terreno triangular es $73°40'$ y los lados que coinciden en esta esquina miden 175 m y 150 m de largo. Calcule la longitud del tercer lado.

Act.22 **Topografía** Para hallar la distancia entre dos puntos A y B, un topógrafo selecciona un punto C que está a 420 m de A y a 540 m de B. Si el ángulo $A\hat{C}B$ mide $63°10$,calcule la distancia entre A y B.

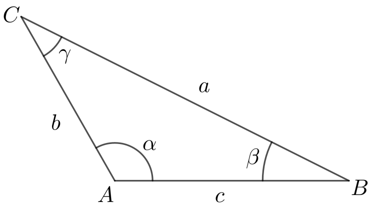
Act.23 **Distancia entre automóviles** Dos automóviles salen de una ciudad al mismo tiempo y viajan a lo largo de carreteras rectas que difieren en dirección por 84°. Si sus velocidades son 60 km/h y 45 km/h, respectivamente, ¿aproximadamente a qué distancia están uno de otro al término de 20 minutos?

Act.24 **Ángulos de un terreno triangular** Un terrero triangular tiene lados de longitudes 420 m , 350 m y 180 m. Calcule el mínimo ángulo entre los lados.

Act.25 **Distancia entre barcos** Un barco sale de puerto a la 1:00 p.m. y navega al $S35°E$ a una velocidad de 24 km/h. Otro barco sale del mismo puerto a la 1:30 p.m. y navega al $S20°O$ a 18 km/h. ¿Aproximadamente a qué distancia están uno del otro a las 3:00 p.m.?

Teorema Herón

Act.26 Calcule el área del triángulo $\overset{\triangle}{ABC}$.



a) $\alpha = 60°$, $b = 20$, $c = 30$.

b) $a = 200$, $b = 152$, $c = 120$.

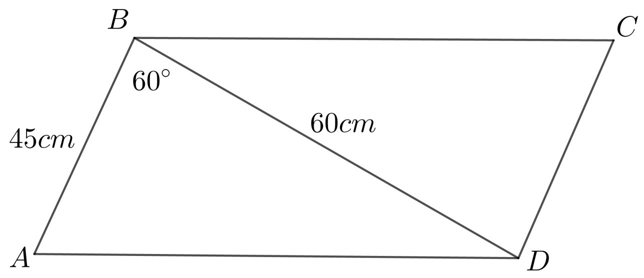
c) $\gamma = 45°$, $b = 10$, $c = 15$.

d) $\alpha = 43°$, $\beta = 62°$, $b = 5,65$.

e) $a = 60$, $b = 80$, $c = 45$.

f) $\beta = 60°$, $b = 125$, $c = 100$.

Act.27 hallar el área del paralelogramo.



Guia 12:Cónicas

Circunferencia

Act.1 Halla la eccuación de la circunferencia de centro $(-2, 3)$ y radio 4.

Sol: $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 16$, o bien , $x^2 + y^2 + 4x - 6y = 3$.

Act.2 Hallar las coordenadas del centro y el radio de la circunferencia $x^2+y^2-3x+5y-14 = 0$:

a) Sumando los términos adecuados para completar cuadrados.

b) Aplicando la fórmula general.

Sol: Centro $\left(\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}\right)$ y radio $r = 3\frac{\sqrt{10}}{2}$

Act.3 Hallar el valor de k para la ecuación $x^2 + y^2 - 8x + 10y + k = 0$ represente una circunferencia de radio 7.

Sol: $k = -8$

Act.4 Hallar la ecuación de la circunferencia de centro $(5, -2)$ y que pase por el punto $(-1, 5)$.

Sol: $(x-5)^2 + (y+2)^2 = 85$, o bien, $x^2 + y^2 - 2x - 6y = 22$.

Act.5 Hallar la ecuación de la circunferencia de manera que uno de sus diámetros sea el segmento que une los puntos $(5, -1)$ y $(-3, 7)$.

Sol: $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 32$ o bien, $x^2 + y^2 - 2x - 6y = 22$.

Act.6 Hallar la ecuación de la circunferencia que pase por el punto $(0, 0)$, tenga de radio $r = 13$ y la abscisa de su centro sea -12.

Sol: $x^2 + y^2 + 24x + 10y = 0$

Act.7 Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos $(5, 3)$, $(6, 2)$ y $(3, -1)$.

Sol: $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 12 = 0$

Act.8 Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos $(2, 3)$ y $(-1, 1)$ cuyo centro está situado en la recta $x - 3y - 11 = 0$.

Sol: $x^2 + y^2 - 7x + 5y - 14 = 0$.

Act.9 Hallar la ecuación de la circunferencia inscripta en el triángulo cuyos lados son las rectas:

- $L_1 : 2x - 3y + 21 = 0$
- $L_2 : 3x - 2y - 6 = 0$
- $L_3 : 2x + 3y + 9 = 0$

Sol: $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 13$, o sea , $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 8$.

Act.10 Hallar la ecuación de la circunferencia circunscripta al triángulo cuyos lados son las rectas

$$x + y = 8 \qquad 2x + y = 14 \qquad 3x + y = 22$$

Sol: $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 12 = 0$.

Act.11 Hallar la ecuación de la circunferencia de centro el punto $(-4, 2)$ y que sea tangente a la recta $3x + 4y - 16 = 0$.

Sol: $(x+4)^2 + (y-2)^2 = 16$, o bien, $x^2 + y^2 + 8x - 4y + 4 = 0$.

Act.12 Hallar la ecuación de la circunferencia que pase por el punto $(-2, 1)$ y sea tangente a la recta $3x - 2y - 6 = 0$ en el punto $(4, 3)$.

Sol: $7x^2 + 7y^2 + 4x - 82y + 55 = 0$.

Act.13 Hallar el lugar geométrico de los vértices del ángulo recto de los triángulos cuyas hipotenusas son los segmento que determinan los puntos $(0, b)$ y (a, b).

Sol: $x^2 + y^2 - ax - 2by + b^2 = 0$.

Parábola

Act.14 Hallar el foco,la ecuación de la directriz y la longitud del *Latus retum* de la parábola $3y^2 = 8x$, o bien , $y^2 = \dfrac{8}{3}x$.

Sol: Directriz $x = -\frac{2}{3}$
Longitud *Latus rectum* : $\frac{8}{3}$

Act.15 Hallar la ecuación de la parábola cuyo foco es el punto $\left(0, -\frac{4}{3}\right)$ y por directriz la recta $y = 0$. Hallar también la longitud del Latus rectum.

Sol: $\frac{16}{3}$.

Act.16 Hallar la ecuación de la parábola que tiene de vértice el punto $(3, 2)$ y de foco $(5, 2)$.

Sol: $y^2 - 4y - 8x + 28 = 0$.

Act.17 Hallar la ecuación de la parábola que tiene vértice en el origen, de eje el de coordenadas y y pasa por el punto $(6, 3)$.

Sol: $x^2 = -12y$.

Act.18 Hallar la ecuación de la parábola que tiene de foco el punto $(6, -2)$ y de directriz la recta $x - 2 = 0$.

Sol: $y^2 + 4y - 8x + 36 = 0$.

Act.19 Hallar la ecuación de la parábola que tiene de vértice el punto $(2, 3)$, de eje paralelo al de coordenadas y, y pasa por el punto $(4, 5)$.

Sol: $x^2 - 4x - 2y + 10 = 0$.

Act.20 Hallar la ecuación de la parábola de eje paralelo al de coordenadas x , y que pase por los puntos $(-2, 1)$, $(1, 2)$ y $(-1, 3)$.

Sol: $5y^2 + 2x - 21y + 20 = 0$

Act.21 Hallar la altura de un arco parabólico de 18 metros de altura y 24 metros de base, situado a una distancia de 8 metros del centro del arco.

Sol: $y = 10$ metros

Act.22 Dada la parábola de ecuación $y^2 + 8y - 6x + 4 = 0$, hallar las coordenadas del vértice y del foco, y la ecuación de su bisectriz.
Sol: vértice: $(-2, -4)$,
foco: $\left(-\frac{2}{1}, -4\right)$
directriz: $x = -\frac{7}{2}$

Act.23 Hallar la ecuación de la parábola cuyo Latus rectum es el segmento entre los puntos $(3, 5)$ y $(3, -3)$.

Sol: $y^2 - 2y - 8x + 9 = 0$ ó
$y^2 - 2y + 8x - 39 = 0$.

Act.24 Hallar la ecuación de la parábola de vértice en la recta $7x + 3y - 4 = 0$, de eje horizontal y que pase por los puntos $(3, -5)$ y $\left(\frac{3}{2}, 1\right)$.

Sol: $(y + 1)^2 = 8(x - 1)$ y
$\left(y + \frac{97}{17}\right) = -\frac{504}{17}\left(x - \frac{359}{119}\right)$.

Act.25 La trayectoria de un proyectil descripta por un proyectil lanzadado horizontalmente desde un punto situado y metros (m) sobre el suelo, con una velocidad v metros por segundos (m/s), es una parábola de ecuación:

$$x^2 = -\frac{2v^2}{g}$$

y siendo x la distancia horizontal desde el lugar de lanzamiento y $g = 9,81$ metros por segundo en cada segundo (m/s^2), aproximadamente. El origen se toma en el punto de salida del proyectil. En estas condiciones se lanza una piedra desde un punto situado a 3 metros (m) de altura sobre el suelo. Sabiendo que la velocidad inicial es de 50 metros por segundo(m/s), calcular la distancia horizontal al punto de caída.

Sol: 39 m

Elipse

Act.26 Dada la elipse $9x^2 + 16y^2 = 576$, hallar el semieje mayor, el semieje menor, la excentricidad, las coordenadas de os focos, las ecuaciones de las directrices y la longitud del *Latus rectum*.

Sol: Focos:$(2\sqrt{7}, 0)$ y $(-2\sqrt{7}, 0)$
directrices: $x = \pm\frac{32\sqrt{7}}{7}$ Latus rectum: 9

Act.27 Hallar la ecuación de una elipse con centro en el origen, foco $(0, 3)$ y semieje mayor igual a 5.

Sol: $\dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{25} = 1$

Act.28 Hallar la ecuación de la elipse con centro en el origen, eje mayor sobre el eje x y que pase por los puntos $(4, 3)$ y $(6, 2)$.

Sol: $x^2 + 4y^2 = 52$

Act.29 Hallar la ecuación del lugar geométrico de los puntos cuya distancia al $(4, 0)$ es igual a la mitad de la correspondiente a la recta $x - 16 = 0$.

Sol: $3x^2 + 4y^2 = 192.$

Act.30 Se considera un segmento AB de 12 unidades de longitud y un punto $P(x, y)$ situado sobre él a 8 unidades se A. Hallar el lugar geométrico de P cuando el segmento se desplace de forma que los puntos A y B se apoyen constantemente sobre los ejes de coordenadas y e x respectivamente.

Sol: Elipse con centro en el origen y eje mayor en sobre el eje x.

Act.31 Hallar la ecuación del lugar geométrico de los puntos $P(x, y)$ cuya suma de distancias a los puntos fijos $(4, 2)$ y $(-2, 2)$ sea igual a 8.

Sol: Es una elipse $7x^2 + 16y^2 - 14x - 64y - 41 = 0$

Act.32 Dada la elipse de ecuación $4x^2 + 9y^2 - 48x + 72y + 144 = 0$, hallar su centro, semiejes, vértices y focos.

Sol: Centro: $(6, -4)$, $a = 6$, $b = 4$; los vértices son los puntos $(0, -4)$, $(12, -4)$, $(12, -4)$ y los focos $(6 + 2\sqrt{5}, -4)$, $(6 - 2\sqrt{5}, -4)$.

Act.33 Un arco tiene una forma de semielipse con una luz de 150 metros siendo su máxima altura de 45 metros. Hallar la longitud de dos soportes verticales situados cada a igual distancia del extremo del arco.

Sol: $30\sqrt{2}$ metros.

Act.34 La Tierra describe una trayectoria elíptica alrededor del Sol que se encuentra en unos de los focos. Sabiendo el semieje mayor de la elipse vale 1485×10^8 kilómetros y que la excentricidad es, aproximadamente, $\frac{1}{162}$, hallar la máxima y la mínima distancia de la tierra al Sol.

Sol: Máx $1509 \times 10^8\ km$ y mín $1461 \times 10^8\ km$.

Act.35 Hallar la ecuación de la elipse de centro $(1, 2)$, uno de los focos $(6, 2)$ y que pase por el punto $(4, 6)$.

Sol: $\dfrac{(x-1)^2}{45} + \dfrac{(y-2)^2}{20} = 1$

Act.36 Hallar la ecuación de la elipse de centro $(-1, 1)$, uno de los vértices el punto $(5, -1)$ y excentricidad $e = \frac{2}{3}$.

Sol: $\dfrac{(x+1)^2}{36} + \dfrac{(y+1)^2}{20} = 1$

Act.37 Hallar la ecuación de la elipse cuya directriz es la recta $x = -1$, uno de los focos el punto $(4, -3)$ y excentricidad $\dfrac{2}{3}$.

Sol: $\dfrac{(x-8)^2}{36} + \dfrac{(y+3)^2}{20} = 1.$

Act.38 Hallar la ecuación de a elipse de focos $(0, \pm 4)$ y que pase por el punto $\left(\dfrac{12}{5}, 3\right)$.

Sol: $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{25} = 1$

Act.39 Hallar el lugar geométrico de los puntos que dividen a las ordenadas de los puntos de la circunferencia $x^2 + y^2 = 25$ en la relación $\frac{3}{5}$.

Sol: $9x^2 + 25y^2 = 225$

Act.40 Hallar la ecuación de la elipse que pasa por los puntos $(-6,4)$, $(-8,1)$, $(2,-4)$ y $(8,-3)$.

Sol: $\dfrac{(x-2)^2}{100}+\dfrac{(y-1)^2}{25}=1$

Hipérbola

Act.41 Hallar la ecuación de la hipérbola cuyo centro es el origen, su eje real el de coordenadas y y pasa por los puntos $(4,6)$ y $(1,-3)$.

Sol: $\dfrac{5x^2}{36}-\dfrac{x^2}{4}=1$

Act.42 Determinar las coordenadas de los vértices y los focos, las ecuaciones de las directrices, las correspondientes de las asintotas, la longitud del Latus rectum, la excentricidad y la representación gráfica de la hipérbola $9x^2-16y^2=144$.

Sol: $a=4$, $b=3$, $c=5$
$e=\frac{5}{4}$ y directrices $x=\pm\frac{16}{5}$, *Lactus rectum* = $\frac{9}{2}$
Asintotas $y=\pm\frac{b}{a}$ y $x=\pm\frac{3}{4}x$.

Act.43 Hallar la ecuación de la hipérbola de ejes paralelos a los de coordenados y de de centro el origen. Consideran que el *Lactus rectum* vale 18 y que la distancia entre los focos es 12.

Sol: $3x^2-y^2=27$ o $3y^2-x^2=27$

Act.44 Hallar la ecuación de la hipérbola de focos $(0,\pm3)$ y de eje imaginario igual 5.

Sol: $100y^2-44x^2=275$

Act.45 Hallar la ecuación de la hipérbola que tiene su centro en el origen, el eje real sobre el eje x, excentricidad $\dfrac{1}{2}\sqrt{7}$ y *Lactus rectum* igual a 6.

sol: $3x^2-4y^2=48$

Act.46 Hallar el lugar geométrico de los puntos cuyo producto de distancia a las rectas $4x-3y+11=0$ y $4x+3y+5=0$ sea igual a $\frac{144}{25}$.

Sol: $\dfrac{(x+2)^2}{9}-\dfrac{(y-1)^2}{16}=1$

Act.47 Hallar el lugar geométrico de los puntos (x,y) cuya distancia al punto fijo $(0,4)$ sea igual a $\frac{4}{3}$ de la correspondiente a la recta $4y-9=0$.

Sol: $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{7}=1$ que es una hipérbola.

Act.48 Hallar la ecuación de la hipérbola que tiene su centro en el origen, un vértice en $(6,0)$ y por una de sus asíntotas la recta $4x-3y=0$.

Sol: $\dfrac{x^2}{36}-\dfrac{y^2}{64}=1$

Act.49 Hallar la ecuación de la hipérbola con centro en $(-4,1)$, un vértice en $(2,1)$ y semieje imaginario igual a 4.

Sol: $\dfrac{(x+4)^2}{36}-\dfrac{(y-1)^2}{16}=1$

Act.50 Dada la hipérbola $9x^2-16y^2-18x-64y-199=0$, hallar:

a) el centro

b) los vértices

c) los focos

d) las ecuaciones de las asintotas

e) efectuar sus representación gráfica.

Sol:

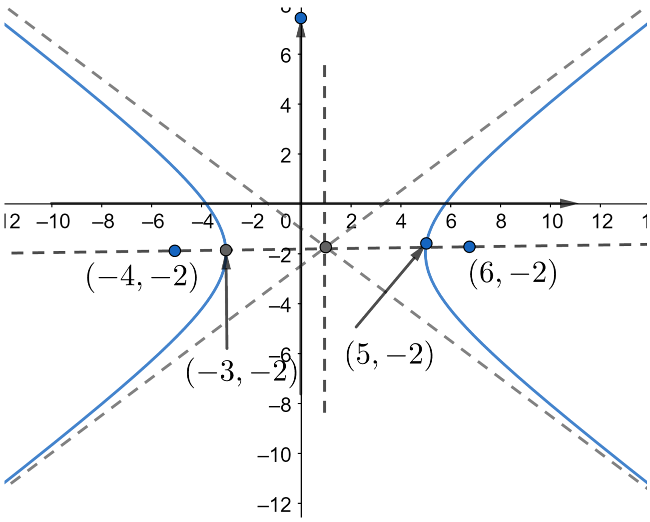
a) $(1,-2)$

b) $(-3,-2)$ y $(5,-2)$

c) $(-4,-2)$, $(6,-2)$

d) $y+2=\pm\frac{3}{4}(x-1)$

e)

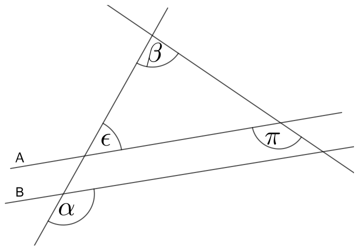


Guia 13:Parciales y Finales

Parciales y Finales 2018

Act.1 Calcula la amplitud de los ángulos α , π y ϵ.

$$\begin{cases} \widehat{\epsilon} &= x + 26° \\ \widehat{\beta} &= 42° \\ \widehat{\alpha} &= 3x - 6° \end{cases}$$



Act.2 Pinta ○ la respuesta correcta.

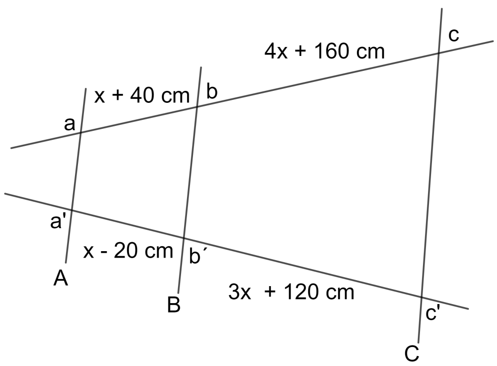
a) El área de un triángulo equilátero de 12 cm de lado es:

- ○ $6\sqrt{3}$
- ○ $36\sqrt{3}$
- ○ 72

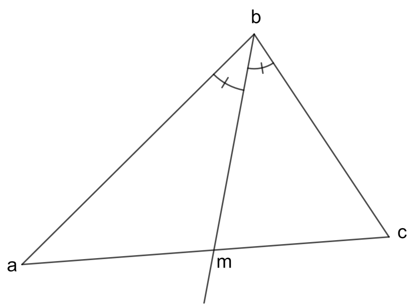
b) Dos triángulos son congruentes siempre que:

- ○ tenga dos pares de ángulos correspondiente congruentes.
- ○ tenga dos pares de lados correspondientes congruentes.
- ○ tenga un ángulo correspondiente congruente.

Act.3 Hallar la medida de x y los segmentos desconocidos.

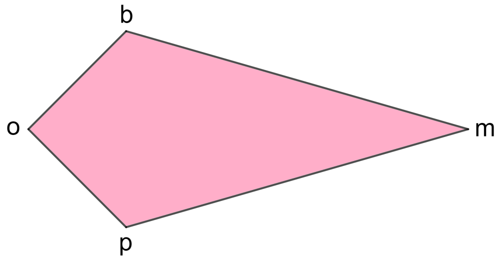


Act.4 Sea $\overset{\triangle}{abc}$ triángulo con $\overline{bm}$ biectriz de $\hat{b}$. $\overline{ab} = 1,5x + 15cm$, $\overline{am} = x + 10cm$, $\overline{ac} = 72cm$ y $bc = 48cm$. Hallar el perímetro de $\overset{\triangle}{abm}$.

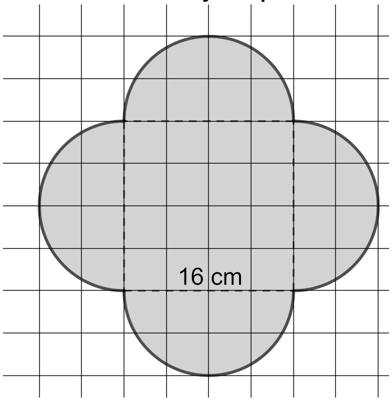


Act.5 Calcular el perímetro del romboide $abcd$.

$$\begin{cases} \overline{bm} &= 6x - 1cm \\ \overline{ob} &= 3x + 2cm \\ \overline{pm} &= 2x + 15cm \end{cases}$$



Act.6 Hallar el área y el perímetro de la figura sombreada.



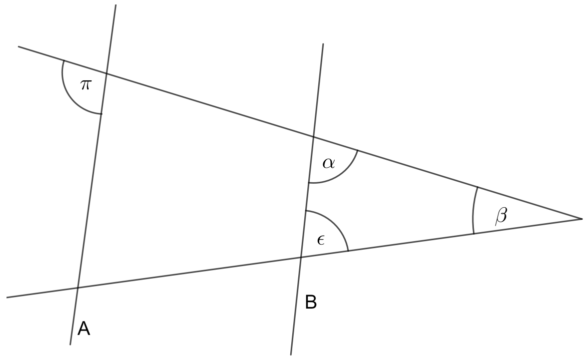
Act.7 Se puede calcular el ancho del río que se muestra en la figura observando una pelota que está situado en el punto P, perteneciente a la orilla opuesta. En la orilla accesible. Se fijan dos puntos R y O de modo que P , R y O están alineados. se elige un punto C a distancia conveniente de O y de modo que OC sea perpendicular a OP. Sobre CP se localiza el punto E de modo que RE sea perpendicular a OP.

a) ¿Por qué los triángulos $\overset{\triangle}{PRE}$ y $\overset{\triangle}{POC}$ son semejantes?

b) Si RO es 45m , OC es 90 m y RE es 60 m, calculá PR, el ancho del río.

Act.8 Calcula la amplitud de los ángulos α , π y ϵ. $A//B$

$$\begin{cases} \widehat{\epsilon} & = & 3x + 10^\circ \\ \widehat{\beta} & = & 50^\circ \\ \widehat{\alpha} & = & 2,5x + 10^\circ \end{cases}$$



Act.9 Pinta ○ la respuesta correcta.

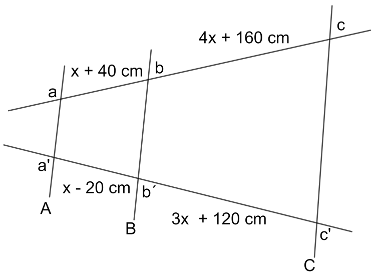
a) El área en cm^2 de un rombo de lado 60 cm y diagonal principal 80 cm es:

- ○ $10\sqrt{20}$
- ○ $800\sqrt{20}$
- ○ 240

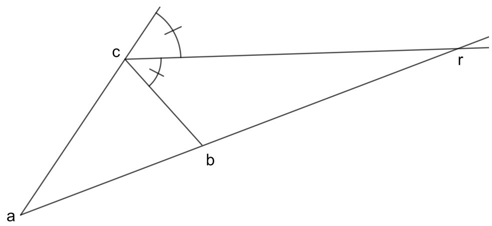
b) Dos triángulos siempre son semejantes si:

- ○ tienen un par de lados correspondientes proporcionales.
- ○ un para de ángulos correspondientes congruentes.
- ○ Un ángulo correspondiente congruente.

Act.10 Hallar la medida de x y los segmentos desconocidos.

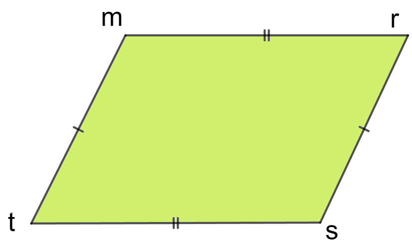


Act.11 Sea $\overset{\triangle}{abc}$ triángulo con $\overline{cr}$ biectriz de $\hat{c}$ exterior. $\overline{bc} = 2x - 10cm$, $\overline{br} = 4x$, $\overline{ac} = 60cm$ y $ar = 150cm$. Hallar el perímetro de $\overset{\triangle}{abc}$.

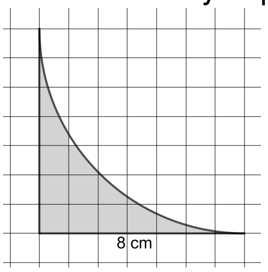


Act.12 Calcular los ángulos interiores del paralelogramo.

$$\begin{cases} \hat{m} & = & 4x + 3^\circ \\ \hat{t} & = & 3x + 2^\circ \end{cases}$$



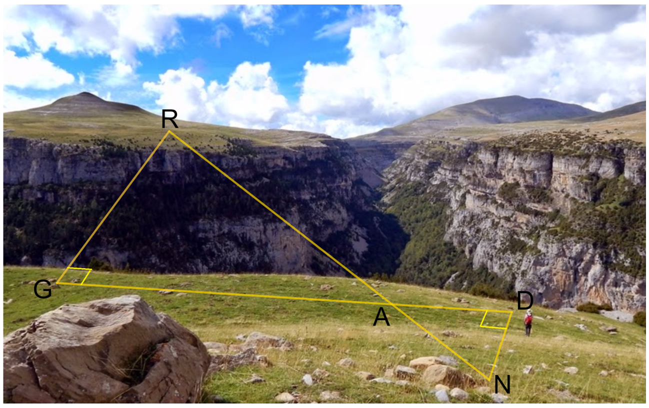
Act.13 Hallar el área y el perímetro de la figura sombreada.



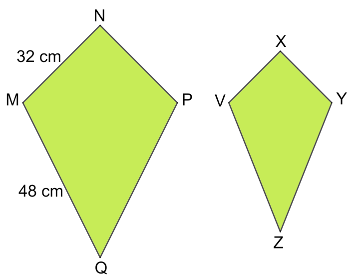
Act.14 Se puede calcular la distancia a través del cañon de la figura una roca en el lado opuesto, en el punto R.
Se eligen puntos G y D de modo que GD sea perpendicular a RG.
Se elige un punto N, a distancia conveniente de D y de modo que ND sea perpendicular a GD se localiza el punto A, intersección de RN y GD.

a) ¿Por qué los triángulos $\overset{\triangle}{DAN}$ y $\overset{\triangle}{GAR}$ son semejantes?

b) Si GA es 120 m, DA es 60 m y ND es 50 m, Calcular la distancia a través del cañon.

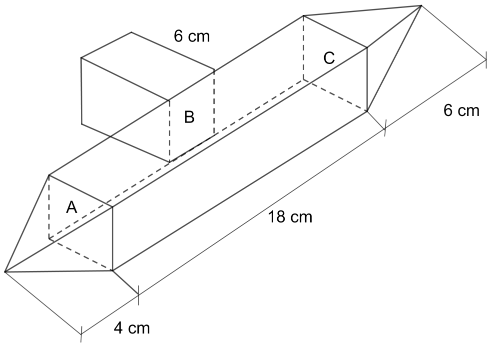


Act.15 Los Romboides $MNPQ$ y $VXYZ$ son semejantes. $\dfrac{Area\, MNPQ}{Area\, VXYZ} = \dfrac{256}{81}$. Hallar el perímetro de $VXYZ$.



Act.16 Hallar el área lateral y total de un cono recta de radio 8 cm de lado y 16 cm de generatriz.

Act.17 Calcular el volumen del cuerpo sabiendo que A , B y C son cuadrados de 4 cm de lado.



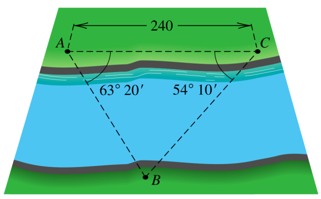
Act.18 Sea $\overset{\triangle}{ABC}$ un triángulo rectángulo en B. Sabiendo $\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ y $\overline{AC} = 160cm$. Resolver el triángulo.

Act.19 Demostrar que $\frac{cot^2\alpha - 4}{cot^2\alpha - cot\alpha - 6} = \frac{cot\alpha - 2}{cot\alpha - 3}$.

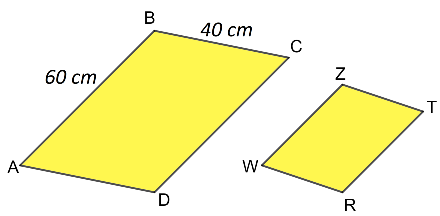
Act.20 Hallar las soluciones de la ecuación en el intervalo $[0°, 360°)$.

$$cos\,x + 1 = 2\,\text{sen}^2\,x$$

Act.21 **Topografía** Para hallar la distancia entre dos puntos A y B que se encuentran en márgenes opuestas de un río, un topógrafo traza un segmento de recta AC de 240 metros de longitud a lo largo de una de las márgenes y determina que las medidas de los ángulos $B\hat{A}C$ y $A\hat{C}B$ son $63°20'$ y $54°10'$, respectivamente (vea la figura). Calcule la distancia entre A y B.

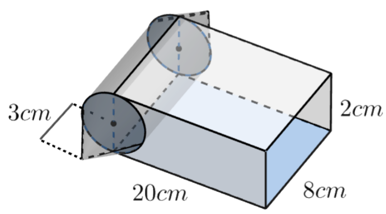


Act.22 Los paralelogramos $ABCD$ y $WZTR$ son semejantes. $\frac{Area\,ABCD}{Area\,WZTR} = \frac{36}{25}$. Hallar el perímetro de $WZTR$.



Act.23 Hallar el área lateral y total de un cono recta de radio 6 cm de lado y 18 cm de generatriz.

Act.24 Calcular el volumen del cuerpo formado por dos conos congruentes y un prisma recto.



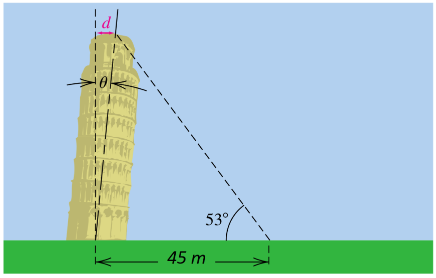
Act.25 Sea $\overset{\triangle}{ABC}$ un triángulo rectángulo en B. Sabiendo $\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ y $\overline{AC} = 240cm$. Resolver el triángulo.

Act.26 Demostrar que $2\,sen^2\,(2t) + cos\,(4t) = 1$

Act.27 Hallar las soluciones de la ecuación en el intervalo $[0°, 360°)$.

$$cos\,2\theta + tan\,\theta \ = 1$$

Act.28 **Torre de Pisa** La torre inclinada de Pisa estaba originalmente perpendicular al suelo y tenía 54 metros de altura. Debido al hundimiento de la tierra, ahora está inclinada a un cierto ángulo θ con respecto a la perpendicular, como se ve en la figura. Cuando la cima de la torre se ve desde un punto a 45 metros del centro de su base, el ángulo de elevación es 53°.

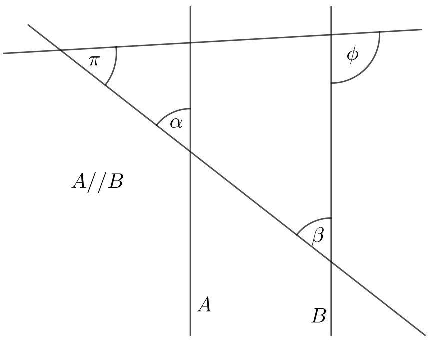


a) Calcule el ángulo θ.

b) Calcule la distancia d que el centro de la cima de la torre se ha movido de la perpendicular.

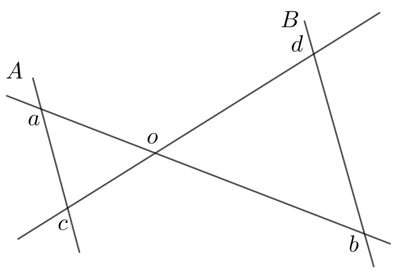
Act.29 Calcula la amplitud de los ángulos α , β y π.

$$\begin{cases} \widehat{\alpha} & = & 20° + x \\ \widehat{\Phi} & = & 118° \\ \widehat{\alpha} & = & 2x - 5° \end{cases}$$

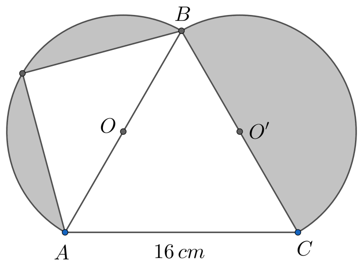


Act.30 Hallar la medida de x y los segmentos desconocidos.

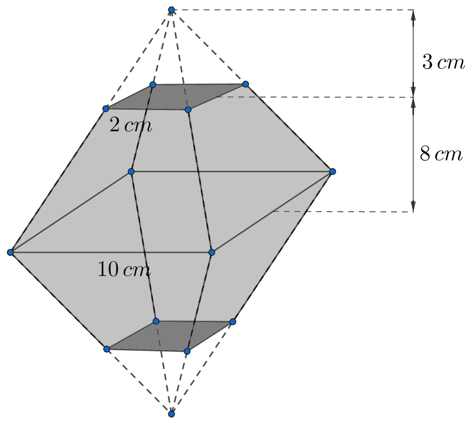
$$\begin{cases} \overline{oa} & = & x + 2 \\ \overline{ob} & = & 3x + 6 \\ \overline{oc} & = & x \\ \overline{od} & = & 4x - 6 \end{cases}$$



Act.31 Datos: Sea $\overset{\triangle}{ABC}$ triángulo equilátero
y AB y BC son semicircunferencias de centro O y O' respectivamente.



Act.32 Hallar el área lateral y total del cuerpo formado por dos tronco de pirámides rectas y cuadradas.

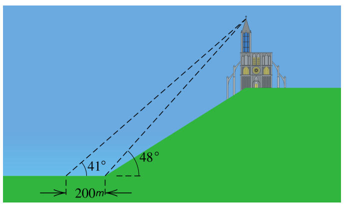


Act.33 Sea $\overset{\triangle}{ABC}$ un triángulo rectángulo en B. Sabiendo $\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \dfrac{1}{2}$ y $\overline{AC} = 320\,cm$. Calcular el perímetro y los ángulos interiores.

Act.34 Hallar las soluciones de la ecuación en el intervalo $[0°, 360°)$.

$$cos\,x + 1 = 2\,\text{sen}^2\,x$$

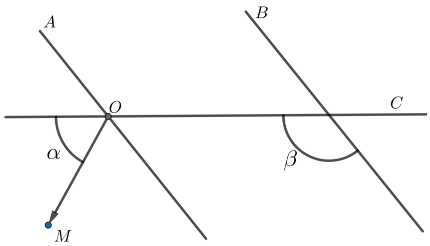
Act.35 **Altura de una catedral** Una catedral está situada en una colina, como se ve en la figura. Cuando la cima de la torre se ve desde la base de la colina, el ángulo de elevación es $48°$; cuando se ve a una distancia de 200 m de la base de la colina, el ángulo de elevación es $41°$. La colina sube a un ángulo de 32°. Calcule la altura de la catedral.



Act.36 Calcula la amplitud de los ángulos α y β.

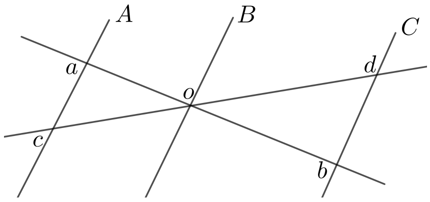
$$\begin{cases} \widehat{\alpha} &= 6° + x \\ \widehat{\beta} &= 3x - 48° \end{cases}$$

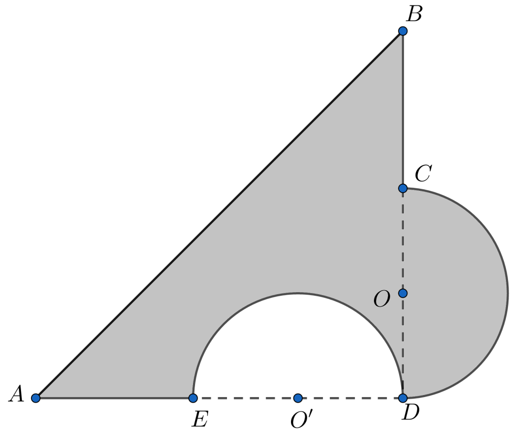
$\vec{OM}$ bisectriz y $A//B$



Act.37 Hallar la medida de x y los segmentos desconocidos.

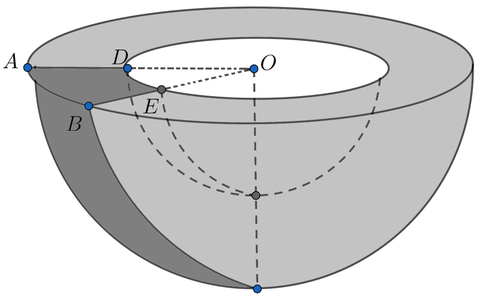
$$\begin{cases} \overline{oa} &= x+38cm \\ \overline{ob} &= 2x+42cm \\ \overline{oc} &= 3x-18cm \\ \overline{od} &= 108cm \end{cases}$$





Act.38 Datos: Sea $\overset{\triangle}{ABD}$ triángulo rectángulo isósceles y ED y DC son semicircunferencias congruentes de centro O y O' respectivamente, con área $200\pi cm^2$. Hallar el área sombreada.

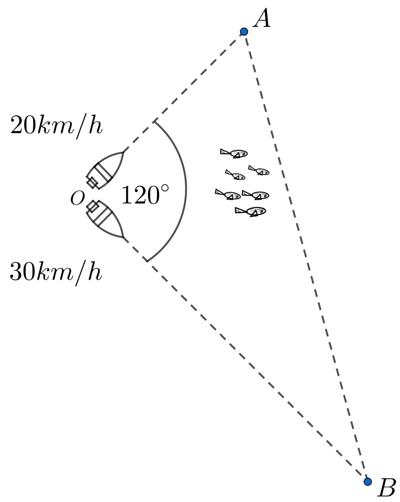
Act.39 Hallar el volumen del cuerpo formado por dos semiesferas concentricas de 15 cm y 9 cm de radio respectivamente,sabiendo que al cuerpo le falta una tajada con una apertura $A\hat{O}B = 30°$.



Act.40 Sea $\overset{\triangle}{ABC}$ un triángulo rectángulo en B. Siendo M un punto en $\overline{AB}$ tal que se encuentra a $\frac{1}{3}$ de la distancia A que de B , $C\hat{M}B = 60°$ y $\overline{AC} = 676\,cm$. Calcular el perímetro y los ángulos interiores.

Act.41 Hallar las soluciones de la ecuación en el intervalo $[0°, 360°)$.

$$2\cos^2 x - 3 \text{ sen } x = 1 - \frac{3\sqrt{2}}{2}$$



Act.42 Pesca de sardinas Dos lanchas abren una red enorme para pescar encerrar a las sardinas, lo hacen en distintos sentidos una a 20 km/h y la otra $30km/h$ con una apertura de $120°$.Para lograr una buena pesca las lanchas se separan $\frac{1}{2}km$. Si las lanchas parten simultáneamente. ¿Durante cuánto tiempo deberían alejarse las lanchas?.